

# ESTUDIOS ESTADÍSTICOS

## ¿Qué es el crecimiento propobre?

Fundamentos teóricos y  
metodologías para su medición

Fernando Medina  
Marco Galván



NACIONES UNIDAS

CEPAL

ESTUDIOS  
ESTADÍSTICOS

# ESTUDIOS ESTADÍSTICOS

## ¿Qué es el crecimiento propobre?

Fundamentos teóricos y  
metodologías para su medición

Fernando Medina  
Marco Galván



NACIONES UNIDAS



Este documento fue preparado por Fernando Medina y Marco Galván, Asesor Regional y Asistente de Investigación, respectivamente, de la Unidad de Estadísticas Sociales de la División de Estadísticas de la Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL).

Las opiniones expresadas en este documento, que no ha sido sometido a revisión editorial, son de exclusiva responsabilidad de los autores y pueden no coincidir con las de la organización.

---

Publicación de las Naciones Unidas

ISSN 1680-8770

LC/L.3883

Copyright © Naciones Unidas, agosto de 2014. Todos los derechos reservados

Impreso en Naciones Unidas, Santiago de Chile

---

Los Estados miembros y sus instituciones gubernamentales pueden reproducir esta obra sin autorización previa. Solo se les solicita que mencionen la fuente e informen a las Naciones Unidas de tal reproducción.

## Índice

---

<b>Resumen</b> .....	5
<b>Introducción</b> .....	7
<b>I. Desarrollo histórico del concepto propobre</b> .....	11
<b>II. Marco conceptual para el estudio del crecimiento propobre</b> .....	17
A. Enfoque débil o fuerte del concepto propobre .....	18
B. Aproximación parcial o total al estudio del crecimiento propobre .....	21
C. Axioma de monotonicidad .....	22
<b>III. Métodos para evaluar el crecimiento propobre</b> .....	23
A. Crecimiento orientado a la reducción de la pobreza de McCulloch y Baulch (McCB, 1999).....	23
B. Índice Propobre de Kakwani y Pernia (PPIG) (KP, 2000).....	26
C. Curvas de crecimiento del ingreso de Ravallion y Chen (RCH, 2001).....	29
D. Curvas de crecimiento de la pobreza (CCP) de Son (S, 2004).....	32
E. Marco analítico para evaluar dominancia estocástica de las medidas propobre. Duclos y Wodon (DW, 2004) .....	36
F. Evaluación del crecimiento propobre a partir de funciones de bienestar social ponderadas de Essama-Nssah (ESN, 2004) .....	39
G. Los índices de crecimiento propobre y las consideraciones de orden ético de Bibi (B, 2005).....	43
H. Un nuevo índice propobre y una nueva medida de desigualdad, Son y Kakwani (SK, 2006) .....	45
I. Nueva medida de desigualdad y de crecimiento propobre de Kakwani, Neri y Son (KNS, 2006) .....	47
J. El índice propobre de Warr (W, 2006).....	50
K. Tasa individual de crecimiento propobre y curvas individuales de crecimiento del ingreso de Grimm (G, 2007) .....	53
L. Tasa de crecimiento equivalente (TCE) de Kakwani y Son (KS, 2008).....	56
M. Robustez estadística de las medidas propobre, Araar <i>et al.</i> (2007, AR) .....	59

<b>IV. Conclusiones</b> .....	65
<b>Bibliografía</b> .....	67
<b>Anexo</b> .....	71
<b>Serie Estudios Estadísticos: números publicados</b> .....	74
<b>Cuadros</b>	
CUADRO 1 EVOLUCIÓN DEL CONCEPTO PROPOBRE .....	12
CUADRO 2 CRITERIOS PARA VERIFICAR LA ROBUSTEZ DE LOS INDICADORES UTILIZADOS PARA EVALUAR EL CRECIMIENTO PROPOBRE .....	19
CUADRO A.1 METODOLOGÍAS PARA VALORAR SI LA CALIDAD DEL CRECIMIENTO MANIFESTÓ UN SESGO A FAVOR DE LOS POBRES.....	72
<b>Recuadros</b>	
RECUADRO 1 CRITERIOS PARA EVALUAR LA CALIDAD DEL CRECIMIENTO A PARTIR DE ÍNDICES Y CURVAS DE CRECIMIENTO DEL INGRESO .....	62
<b>Diagramas</b>	
DIAGRAMA 1 ÍNDICE PBG NORMALIZADO .....	25
DIAGRAMA 2 EFECTOS CRECIMIENTO Y DESIGUALDAD EN LA REDUCCIÓN DE LA POBREZA.....	51
DIAGRAMA 3 MAXIMIZANDO LA REDUCCIÓN DE LA POBREZA .....	52

## Resumen

---

En este trabajo se examina el marco teórico y conceptual que se ha desarrollado para evaluar el impacto del crecimiento del ingreso en la pobreza y la desigualdad. Se analiza el cuerpo axiomático y un conjunto amplio de indicadores que se utilizan para valorar si el modelo de desarrollo económico ha sido en favor de los pobres, a partir de la evolución de las curvas de ingreso y de diversos índices que permiten cuantificar su impacto en los niveles de pobreza y desigualdad. Se lleva a cabo un examen exhaustivo de las principales metodologías analizando sus fundamentos conceptuales y la robustez estadística de los índices que dan cuenta del impacto del crecimiento en el ingreso de los pobres y el nivel de inequidad. Se concluye que en la actualidad es ampliamente aceptado que para lograr la reducción de la pobreza es necesario impulsar de manera simultánea políticas públicas que incentiven el crecimiento de la economía pero que también mejoren la distribución del ingreso. No obstante, existen diferencias conceptuales que ubican el estudio del crecimiento propobre como un concepto en desarrollo. Por tanto, permanece abierto el debate acerca de la visión absoluta o relativa del concepto y se reconoce que ambos enfoques representan visiones alternativas para evaluar el desarrollo que se traducen en distintos instrumentos de políticas públicas. En el enfoque absoluto impulsado por el Banco Mundial, a partir de los trabajos de Ravallion y Chen, prevalece la tesis de que el crecimiento de la economía es lo más importante para alentar la reducción de la pobreza y la caída de la desigualdad, en tanto que la visión relativa, promovida en los trabajos de Kakwani y Pernia y Kakwani, Khandker y Son, centra sus objetivos en postular un modelo de crecimiento que, además de incrementar el ingreso de los pobres proporcionalmente más que el de los no pobres, genere cambios distributivos de largo aliento que se manifiesten en reducciones sostenidas en los niveles de inequidad.

## Introducción

---

Toda vez que los países del mundo adoptaron los Objetivos de Desarrollo del Milenio (ODM's) como carta de navegación en materia de desarrollo, la comunidad internacional asumió la reducción de la pobreza como uno de los objetivos prioritarios y se comprometió a poner en marcha políticas para superarla, así como a efectuar el seguimiento de los progresos alcanzados.

En este contexto, no obstante a que se reconoce que el crecimiento de la economía contribuye a mejorar el nivel de vida de las personas, la evidencia confirma que una misma tasa de aumento del ingreso genera rendimientos de distinta magnitud, debido a que la evolución de los indicadores de bienestar depende de los niveles de pobreza de cada sociedad, así como de la manera en que se distribuye el ingreso entre los hogares.

Así, a tan poco tiempo de que se cumpla la fecha establecida para la rendición de cuentas en materia de cumplimiento de los ODM's, se han reavivado los temores de que algunas de las economías de la región no estén en condiciones de cumplir el compromiso pactado de reducir la extrema pobreza a la mitad del registro reportado por este indicador en 1990.

De manera general se afirma que el crecimiento es favorable a los pobres si este les entrega algún tipo de beneficio y en la literatura se consideran al menos dos acepciones del término. La primera afirma que el crecimiento es propobre si como resultado de la estrategia de desarrollo los pobres obtienen ganancias proporcionalmente mayores a los no pobres y se logra reducir la desigualdad, lo cual se asume como una visión relativa del concepto que inicialmente ha sido propuesta por Kakwani y Pernia (KP) (2000).

Por otra parte, hay quienes postulan una concepción de carácter absoluto y afirman que el crecimiento favorecerá a los pobres en la medida de que contribuya a la reducción de la pobreza (Kraay 2004) y Ravallion y Chen (2001) (RCH) sin importar el resultado en materia de desigualdad.

Al respecto, en Grimm (2007) se afirma que ambas acepciones presentan problemas debido a que están sustentadas en el axioma de anonimato que satisfacen los buenos indicadores de pobreza, el cual no necesariamente es consistente con la noción de movilidad social y de pobreza crónica que a juicio de este autor debiera considerarse el foco de atención de las políticas públicas.

El examen de la literatura que se presenta en este trabajo confirma que la pobreza crónica y la movilidad social no se tuvieron en cuenta en ninguno de los marcos conceptuales que están disponibles para proponer los diferentes indicadores que existen para valorar el crecimiento propobre.

En un trabajo reciente Grosse *et al.* (2008) se afirma que el crecimiento se califica como propobre si los pobres disfrutaban más beneficios en términos absolutos que los *no pobres*, lo cual se ubica en la línea de pensamiento propuesta por Kakwani y Pernia.

Por otra parte, es habitual para quienes asumen la definición de RCH que le confieren al crecimiento de la economía todo el crédito para la superación de la pobreza y de manera reiterada utilizan a la República Popular China (RPC) como el paradigma en materia de reducción de la pobreza.

Que duda cabe de que desde hace poco más de dos décadas el crecimiento de la economía en este país ha sido vertiginoso y ha contribuido a la rápida reducción de la pobreza medida con una línea de pobreza extrema de 1 dólar en paridad de poder de compra (PPP por su siglas en inglés).

No obstante, en la argumentación se omite que esta reducción se ha generado a costa del aumento desproporcionado de la desigualdad, la cual se ha incrementado a la misma velocidad a la que se ha reducido la pobreza. Esta situación explica el porqué se han beneficiado más del crecimiento los no pobres y se han agudizado ostensiblemente las disparidades de ingreso entra la población.

La evidencia confirma que mientras algunos millones de personas han logrado superar el umbral de ingresos de \$1 PPP, unas cuantas decenas de ciudadanos chinos han ganado miles de millones de dólares y han pasado a formar parte de la lista de los hombres y mujeres más ricos del mundo<sup>1</sup>.

En este sentido, en Ravallion (2004) se afirma que “*Claramente el ritmo de reducción de la pobreza habría sido aún mayor en China de no ser por el marcado incremento en las desigualdades en materia de ingresos*”.

El ejemplo anterior pone de manifiesto las profundas diferencias que existen en la manera de asumir el concepto de crecimiento propobre. Parafraseando a Howard White, citado en Grinspun (2004), un episodio de crecimiento como el de China (RPC) en donde 64 personas acumularon según Forbes (2010) fortunas superiores a los 5 mil millones de dólares no puede considerarse en favor de los pobres por el sólo hecho de que millones de ciudadanos de esa nación alcanzaron el penoso umbral de ingresos diario de \$1 PPP, lo cual permitió que en el 2001 sólo el 17% de la población se ubicara por debajo de ese nivel comparado con el 64% reportado en 1980.

Los que abogan por una acepción del concepto propobre en la línea de pensamiento de RCH están conformes porque en la actualidad millones de chinos tienen ingresos equivalentes a \$1 PPP, sin reparar que este monto es insuficiente para alcanzar un nivel de vida digno y que el modelo de desarrollo adoptado profundiza las inequidades de ingresos que se manifiestan en el mercado de trabajo, debido a que la competitividad de esta nación se sustenta en el pago de salarios sumamente bajos<sup>2</sup>.

China es conocida en el mundo por sus bajos costos de mano de obra y habitualmente esto se considera como la mayor ventaja estratégica de esta nación. Los salarios en esta economía suelen ser la décima parte de los observados en algunos países europeos, y esta es una razón por la cual la RPC ha alcanzado el predominio en muchas actividades económicas intensiva en mano de obra.

---

<sup>1</sup> De acuerdo a la revista Forbes 2010, la República Popular China es el segundo país con mayor número de millonarios en el mundo sin contar los de Hong Kong. Mientras que en 2009 sólo se contaban con 20 millonarios, un año más tarde este número se incrementó a 64 y las fortunas de algunos de ellos superaron los 5 mil millones de dólares. Se estima que sólo el 7% de la población del país son inmensamente ricos.

<sup>2</sup> Cabe señalar, no obstante, que la reducción de la pobreza no ha sido homogénea temporalmente ni regionalmente. La mayor parte de la caída tuvo lugar en los primeros años del decenio de los 80's, mientras que al final de los 90's y en el nuevo siglo la baja de la pobreza se ha estancado. ¿Cómo es posible que esto suceda si la economía China está creciendo cerca del 10% cada año? La razón es que junto al rápido crecimiento del PIB se ha producido un sustancial aumento de la desigualdad lo cual se constata al observar que el índice de Gini aumentó 60% entre 1981 y 2001. Por tanto el crecimiento está siendo cada vez menos efectivo para potenciar la reducción de la pobreza debido a que la elevada concentración del ingreso reduce los efectos del crecimiento en la reducción de la pobreza.



No obstante a que en este país se triplicaran los costos laborales, prevalecería la asimetría salarial respecto de lo que se paga en la mayoría de las naciones del mundo<sup>3</sup>.

Por su parte, quienes postulan por un modelo de desarrollo que beneficie proporcionalmente más a los pobres continúan preocupados por las enormes disparidades que prevalecen en China y otras regiones del mundo, y debido a la elevada inequidad que prevalece en América Latina se han reavivado los temores de que un número importante de países no esté en condiciones de alcanzar las metas establecidas en materia de reducción de la extrema pobreza en el marco de los ODM's.

Estamos frente a dos paradigmas que rivalizan en la manera en que se concibe el proceso de desarrollo y la forma en que el progreso económico debe distribuir sus beneficios entre los distintos segmentos de la sociedad.

La propuesta de KP pone de manifiesto la necesidad de diseñar políticas públicas que reduzcan la pobreza, mejoren el ingreso y corrijan las inequidades en su distribución. Por su parte, la visión de RCH confía en las bondades del crecimiento y asume que este por sí mismo es capaz de reducir la pobreza y en el largo plazo corregir los desequilibrios que en materia de equidad y bienestar ha generado el modelo de desarrollo prevaleciente (*trickle-down*).

A pesar de que en la literatura se identifican una cantidad importante de investigaciones que definen criterios para calificar la calidad del crecimiento en favor de los pobres, los documentos oficiales de los países y de las agencias internacionales que participaron en la declaración de los Objetivos de Desarrollo del Milenio (ODM's) hasta ahora no han asumido ninguna definición que permita entender el concepto y entregue información sustantiva para orientar el diseño de políticas.

Algunos intentos por operacionalizar el concepto señalan que el crecimiento se considera en *favor de los pobres* en la medida que a éstos les brinde acceso a las oportunidades económicas (United Nations, 2000a y OECD, 2001). En tanto que otras propuestas afirman que el crecimiento debe ser de base amplia asumiendo que debe beneficiar a todos incluyendo –por qué no- a los pobres –*trickle-down* (World Bank, 1990).

Estas definiciones, además de ser generales resultan francamente insuficientes para orientar en el diseño de políticas y ofrecen escasa información para identificar las acciones que deben poner en marcha los gobiernos para alcanzar las metas establecidas en los ODM's, por ejemplo, en materia de superación de la pobreza.

La relevancia que ha adquirido la reducción de la pobreza y el estudio de la calidad del crecimiento en la comunidad internacional está motivada por el hecho de que numerosas investigaciones han señalado que el aumento del Producto Interno Bruto (PIB) por sí mismo es bueno para la reducción de la pobreza, en tanto que otras demuestran que para alcanzar la reducción sostenible de la pobreza además de alentar la expansión de la actividad económica también es indispensable propiciar mejoras progresivas en materia de distribución del ingreso.

En la actualidad, el crecimiento en favor de los pobres ha logrado preponderancia en la agenda internacional debido a que cada día se incrementa el desencanto con el actual modelo de desarrollo, debido a los magros resultados obtenidos en materia económica y social que se han generado a partir del paradigma de desarrollo sustentado en la hipótesis de la U-invertida sugerida por Kuznets (Pasha, 2002), y que posteriormente se tradujeron en las reformas propuestas por el Consenso de Washington y que fueron adoptadas y diseminadas en todo el mundo por los organismos financieros multilaterales.

Ha transcurrido tiempo suficiente desde que los países en desarrollo han llevado a cabo las reformas macroeconómicas –de primera y segunda generación- sugeridas por los organismos internacionales y los resultados en materia social, particularmente los vinculados a la reducción de la pobreza y la desigualdad, han sido francamente insuficientes.

---

<sup>3</sup> Véase Los Recursos Humanos en China, [www.casaasia.es](http://www.casaasia.es). Un estudio elaborado por la consultora Werner International estima que el salario de trabajo de una hora de un obrero español (15,81 dólares) es más de 28 veces superior al de su par en China (0,55).

Al respecto, en la actualidad existen consensos básicos que permiten afirmar que los cambios en la pobreza dependen de la evolución del ingreso y de la desigualdad, y que las políticas que se orientan a maximizar el crecimiento de la economía no necesariamente son compatibles con el objetivo de maximizar la reducción de la pobreza ni tampoco garantizan que decline la inequidad.

Los trabajos que examinan la relación entre el crecimiento, la desigualdad y la reducción de la pobreza han planteado la importancia de reflexionar y generar evidencia empírica que permita obtener respuestas a las siguientes preguntas: ¿ocasionalmente o siempre el crecimiento es bueno para los pobres?, ¿Es habitual u ocasional que más crecimiento es benéfico para los pobres que menos crecimiento?, ¿Siempre el crecimiento aumenta la desigualdad?, ¿De qué manera la desigualdad afecta el impacto del crecimiento sobre la evolución de la pobreza?, ¿De qué manera el crecimiento incrementa la desigualdad?

El examen de la literatura permite concluir que no existen acuerdos absolutos acerca de lo que se debe entender por crecimiento propobre, lo que mantiene abierto el debate acerca de la necesidad de postular que además de la reducción de la pobreza los gobiernos deben fijar como objetivo prioritario reducir la desigualdad en materia de ingreso –entre otras–.

En América Latina no son abundantes los trabajos que examinan el desempeño de los países en materia de crecimiento en favor de los pobres. Alguna evidencia se puede consultar en Gasparini *et al.* (2005) en donde se presentan resultados de las curvas de incidencia del crecimiento propuestas por Ravallion y Chen (2001 *op cit.*) para un grupo de 18 economías de América Latina y el Caribe<sup>4</sup>.

En el ámbito nacional la evidencia empírica es más abundante y entre otros se pueden consultar los siguientes. Para Bolivia están disponibles los trabajos de Lay *et al.* (2004) y de Landa y Jiménez (2005), en Colombia las investigaciones de Núñez y Espinosa (2005) y Sarmiento *et al.* (2005), en el caso de Honduras véase Morazán *et al.* (2005), para Perú se conoce la investigación efectuada por Francke e Iguñiz (2006), en Chile está disponible el trabajo de Contreras *et al.*, (2007), en el caso de México se conoce la investigación realizada por Araar *et al.* (2007) y para Uruguay se dispone del estudio de Amarante y Perazzo (2008).

El objetivo de esta investigación es examinar los fundamentos teóricos de los trabajos más influyentes que se han efectuado en materia de crecimiento propobre, con el propósito de valorar sus alcances y limitaciones, así como para examinar el marco conceptual que los sustenta.

En el capítulo II se lleva a cabo la revisión del desarrollo histórico del concepto propobre, en tanto que el tercer apartado examina los fundamentos teóricos que sustentan los distintos indicadores que están disponibles para evaluar la calidad del crecimiento. El capítulo 4, por su parte, analiza los preceptos conceptuales de diversas metodologías que han propuesto índices y curvas de ingreso que se utilizan para evaluar el sesgo propobre del crecimiento, en tanto que en el último acápite se presentan las conclusiones del trabajo.

Cabe señalar que los resultados obtenidos a partir de la aplicación de las metodologías estudiadas para los países de América Latina durante el periodo 1990-2008 se presentan en otro documento de investigación de esta misma serie, en donde se analiza la influencia que ha ejercido la evolución del ingreso en los cambios reportados en los indicadores de pobreza y de desigualdad.

---

<sup>4</sup> Para una revisión del sesgo de diferentes las políticas públicas en favor de los pobres véase World Bank (2006).

## I. Desarrollo histórico del concepto propobre

---

De acuerdo a Kakwani, Khandker y Son (2004), el vocablo propobre surgió en el ámbito de la economía del desarrollo hacia fines del decenio de los noventa. No obstante, en las décadas de 1920 y 1930 Gunnar Myrdal afirmaba que “...la igualación a favor de los estratos de más bajos ingresos fue también una inversión productiva en la calidad de vida de las personas y a favor de la productividad” (Myrdal, 1988, p.154).

Más recientemente el debate acerca del crecimiento en favor de los pobres se remonta al decenio de 1950 y se encuentra implícito en el modelo de redistribución con crecimiento propuesto por Chenery *et al.* (1974) en su célebre trabajo que cuestiona abiertamente la hipótesis de desarrollo sustentada en el *trickle-down* o “chorreo” propuesto por Kuznets (1955). Desde esa época, los autores abogaban por la aplicación de políticas públicas orientadas a mejorar la distribución del ingreso a partir de incrementar la participación relativa de los segmentos menos favorecidos.

En el trabajo de Chenery *et al.* se argumenta que las políticas y programas que pretendan mejorar las condiciones de vida de las personas deben sustentarse en objetivos sociales explícitos. Es decir, el éxito o fracaso de las políticas públicas debe ser evaluado a partir de los beneficios que estas le generan a los distintos grupos de la sociedad. Por tanto, el objetivo del desarrollo no debe centrarse exclusivamente en maximizar la tasa de ganancia de los inversionistas, sino en generar beneficios concretos en el nivel de vida de las personas (la evolución del concepto propobre y los aportes de los principales autores se puede consultar en el cuadro 1).

**CUADRO 1**  
**EVOLUCIÓN DEL CONCEPTO PROPOBRE**

Autores	Año	Aporte
Chenery y Ahluwalia	1974	Proponen un modelo orientado a la redistribución del ingreso con crecimiento. Se sugiere como medida propobre el promedio aritmético de la tasa de crecimiento de los distintos grupos de ingreso (deciles o quintiles). Otorga mayor peso a la tasa de crecimiento del ingreso de los percentiles de hogares de la parte baja de la distribución.
World Bank	1990	Sustenta la idea de un modelo de crecimiento con base amplia. Hipótesis de la U invertida de Kuznets.
White	1999	Para que el crecimiento sea propobre se requiere que el aumento en el ingreso de los pobres sea al menos de la misma proporción que el aumento observado en el de toda la población. El crecimiento será propobre si reduce la desigualdad relativa.
McCulloch y Baulch	2000	Compara la distribución del ingreso observada con la que se obtendría en caso de que la distribución fuera neutral al crecimiento. El crecimiento se define propobre si la participación del ingreso de los pobres en el total se incrementa a partir del aumento del ingreso medio de toda la sociedad. Proponen el indicador Poverty Bias of Growth (PBG).
Asian Development Bank	1999	El crecimiento es propobre cuando es acompañado de políticas y programas que mitigan la desigualdad y facilitan el ingreso y la generación de empleo para los pobres. Particularmente para las mujeres y otros grupos tradicionalmente excluidos.
Naciones Unidas	2000	Crecimiento que beneficie a los pobres y les provea oportunidades para mejorar su situación económica.
Dollar y Kraay	2000	El crecimiento es bueno para los pobres. Encuentran una relación uno a uno entre el crecimiento del ingreso medio y el aumento observado en los recursos de los quintiles más pobres.
Kakwani y Pernia	2000	El crecimiento es pro-poor si reduce la pobreza y la desigualdad. Es decir, si beneficia proporcionalmente más a los pobres que a los no pobres. Visión relativa. Proponen el Pro- Poor Index (PPI).
OCDE	2001	Crecimiento que beneficie a los pobres y les provea de oportunidades para mejorar su situación económica.
Ravallion y Chen	2001	El crecimiento es propobre si reduce la pobreza. Definición absoluta del concepto. Proponen las Growth Incidence Curves (GIC) y la tasa de crecimiento propobre del ingreso.
Klasen	2003	Plantea una definición de pro-poor, identifica la relación entre desigualdad, pobreza y crecimiento propobre y analiza sus determinantes.
Son	2004	El crecimiento es propobre si reduce la pobreza y la desigualdad. Sugiere la denominada Poverty Growth Curve (PGC).
Ravallion	2004	El crecimiento se considera propobre si reduce la pobreza. Teoría del "chorreo".
Kraay	2004	Identifica tres fuentes potenciales de crecimiento y encuentra que el crecimiento favorece la reducción de la pobreza y además reduce la brecha de ingresos de los pobres. Afirma que el crecimiento es propobre si la medida de pobreza declina.
Duclos y Wodon	2004	Definición de un marco conceptual y axiomático para la medición del crecimiento propobre.
Essama-Nssah	2004	Proponen un marco unificado para el análisis del crecimiento propobre y una nueva medida. Asimismo, identifica una representación común a las curvas propuestas por Ravallion y Chen y las desarrolladas por Son. Expone una nueva medida ponderada del crecimiento propobre.
Ravallion	2005	El crecimiento propobre se constata cuando la pobreza disminuye más que si el ingreso de todos los sectores hubiera aumentado en la misma magnitud. El crecimiento en favor de los pobres es aquel que reduce la pobreza independientemente si el ingreso de los pobres aumenta igual o incluso menos que en el resto de las personas.
Bibi	2005	Propone un nuevo índice propobre a partir de examinar la evolución del ingreso equivalente igualmente distribuido.
Warr	2006	Propone un nuevo índice propobre a partir de un marco conceptual que vincula el cambio en la pobreza con la variación en el ingreso medio y la desigualdad con una estructura análoga a la teoría del consumidor

Cuadro 1 (conclusión)

Autores	Año	Aporte
Kakwani, Neri y Son	2006	Proponen una nueva medida de crecimiento propobre y una metodología para descomponer el ingreso per capita en función de distintos componentes del mercado de trabajo. Pro-poor Growth Rate (PPGR).
Kakwani y Son	2007	Se propone un nuevo índice propobre sustentando en un nuevo indicador de desigualdad.
Grimm	2007	Indica que los índices propuestos por RCH y KP presentan problemas ya que ambos se sustentan en el axioma de anonimato que no tiene en cuenta los fenómenos de pobreza crónica y movilidad social que a su juicio debieran ser el centro de atención de las políticas públicas. En este sentido, y a partir de los índices de RCH propone dos nuevas medidas de crecimiento propobre que no se sustentan en el axioma de anonimato y se aplican a datos de corte longitudinal.
Araar et al.	2007	Desarrollan un conjunto de pruebas para validar la robustez estadística de la evolución propobre.
Kakwani y Son	2008	Proponen el Pro-Poor Index y Poverty Equivalent Growth Rate (PEGR).
Son y Kakwani	2008	Exponen una nueva medida para evaluar el crecimiento propobre y presentan estimaciones para 80 países y 237 episodios.

Fuente: Elaboración de los autores.

La evolución del ingreso de los distintos grupos de hogares se considera un buen indicador del bienestar individual y colectivo, por lo que los índices de desarrollo socioeconómico debieran calcularse a partir de la suma ponderada de la tasa de variación del ingreso de los distintos grupos de hogares (Chenery et al. op cit.)<sup>5</sup>.

A pesar de que en este trabajo no se hace referencia explícita al concepto propobre, los autores abogan por una estrategia de desarrollo orientada a favorecer el alivio de la pobreza a partir de incrementar la participación de los grupos menos favorecidos en el ingreso total.

Posteriormente, en los trabajos de Benabou (1996) y Bruno *et al.* (1998) se afirma que el aumento de la pobreza conspira en contra del crecimiento de la economía y si este no es suficiente para impulsar el descenso de la pobreza es necesario mejorar la distribución del ingreso y adoptar una estrategia de desarrollo que además de favorecer la reducción de la pobreza atenúe la inequidad.

Por su parte, Weiss (1998) señala que la evaluación social conlleva a examinar los resultados del modelo de desarrollo conforme a criterios -explícitos o implícitos- definidos *ex-ante* e identifica cuatro tareas que deben acometerse en el diseño y evaluación de políticas públicas: i) La identificación de los objetivos de la evaluación, ii) La evaluación de los objetivos de los programas y la definición de los indicadores que se utilizarán para evaluar su impacto, iii) La caracterización del contexto económico y social en que se llevará a cabo la evaluación, y iv) El ordenamiento de las prioridades y alternativas de política, así como de los efectos sociales esperados en los indicadores de impacto.

Asimismo, no obstante a que en el *World Development Report* elaborado por el Banco Mundial en 1990 -inspirado en el modelo del *trickle-down*- se aludía a un “*crecimiento de base amplia*”, es posible afirmar que la primera definición formal del concepto propobre se encuentre en el documento *Fighting Poverty in Asia and the Pacific: The Poverty Reduction Strategy* elaborado en 1999 por el *Asian Development Bank (ADB)*.

En esta investigación se afirma que el crecimiento es propobre “*cuando este es acompañado por políticas y programas que mitigan las desigualdades y facilitan la generación de empleo e ingresos para los pobres, particularmente en el caso de las mujeres y otros grupos tradicionalmente excluidos*” (ADB 1999 *op cit.*).

En White (1999), por su parte, se sugiere que el crecimiento es bueno para los pobres si la proporción del ingreso que estos poseen se incrementa a consecuencia del buen desempeño de la

<sup>5</sup> Fields (1989) propuso un marco conceptual para mostrar la manera en que los distintos grupos sociales pueden ganar o perder beneficios a consecuencia del crecimiento de la economía.

economía. Asimismo, utilizando los resultados de Kakwani (1997), McCulloch y Baulch (1999) propusieron el indicador denominado *Poverty Bias of Growth (PBG)* comparando la distribución del ingreso observada con la que se obtendría en caso de que se generara una distribución neutral, a partir de un indicador que mide el cambio en la pobreza como resultado del crecimiento en favor de los pobres.

A partir de este momento, y teniendo como antecedente el trabajo de Dollar y Kraay (2000) (DK) que concluyen que el crecimiento es bueno para los pobres independientemente de la manera en que este se genere, surgieron diversas investigaciones orientadas a operacionalizar el concepto propobre y a demostrar las contradicciones de los resultados obtenidos por DK<sup>6</sup>.

Tal vez una de las acciones que coadyuvó a que se destinaran mayores esfuerzos a definir y operacionalizar el concepto fue el *Seminar on Towards Operationalizing of Pro-poor Growth* efectuado en junio del 2000 por el *Asian Development Bank* en donde se presentó el trabajo de Kakwani y Pernia (2000 *op cit.*).

De acuerdo a estos autores el crecimiento es bueno para los pobres si beneficia proporcionalmente más a este grupo que a los no pobres, y además de mejorar sus ingresos produce cambios progresivos en materia distributiva. Como resultado de esta investigación se propuso el *Pro-Poor Growth Index (PPGI)*.

En un trabajo posterior White y Anderson (2000) afirman que el crecimiento es bueno para los pobres si a consecuencia de este se incrementa su participación en el ingreso total. Por su parte, Ravallion y Chen (2001 *op cit.*) afirman que el crecimiento es propobre si reduce la pobreza, definición que ha sido asumida por el Banco Mundial para evaluar el impacto del crecimiento en la evolución de la pobreza.

RCH propusieron las *Growth Incidence Curves (GIC)*, así como la tasa de crecimiento propobre (*g*) que se utiliza para valorar la evolución del ingreso entre los pobres.

En la medida de que ambas definiciones –absoluta y relativa- se acompañaron con datos de países en distintas regiones del mundo se generó un intenso debate entre Kakwani y Ravallion al cual se sumaron investigadores y académicos de distintas latitudes, algunos de los cuales difundieron su pensamiento en la publicación *One Pager* del *International Poverty Centre* de la Naciones Unidas (entre otras véanse los trabajos de Ravallion (2004), Zepeda (2004), Grinspun (2004) y Osmani (2005)).

En la propuesta de Son (2004, *op cit.*) se presentan argumentos en favor de la definición de crecimiento propobre asumida por KP y, además de evidenciar algunas falencias teóricas y conceptuales del trabajo de RCH se propusieron las *Poverty Incidence Curves (PIC)* a partir del examen de la curva de Lorenz generalizada y criterios de dominancia estocástica de segundo orden.

En Klasen (2003) se analizan los determinantes del crecimiento propobre y se propone una nueva definición del concepto, en tanto que en Ravallion (2004) se sugiere una manera alternativa de ajustar la tasa de crecimiento de la economía por un factor que tiene en cuenta la desigualdad. Kraay (2004), por su parte, identifica tres factores que se explican la evolución de la pobreza y asumiendo la definición de RCH postula que el crecimiento se considera en favor de los pobres en la medida de que permite reducir la pobreza.

López (2004) y Osmani (2005) critican las definiciones de Kakwani y Pernia y la de Ravallion y Chen, aduciendo que ambas presentan problemas. Argumentan que el impacto del crecimiento sobre los cambios en la distribución del ingreso no siempre importa y afirman que en ocasiones la definición adoptada por KP puede entrar en contradicción con el principio de Pareto, debido a que un crecimiento sesgado en favor de los pobres podría influir en el desaceleramiento de la actividad económica.

Osmani (2005, *op cit.*), por su parte, señala que la discusión debe centrarse en definir si lo importante es medir la naturaleza del crecimiento o lo que realmente interesa es evaluar la totalidad del proceso de crecimiento.

---

<sup>6</sup> Para conocer los efectos de crecimiento y la desigualdad en la evolución de la pobreza en América Latina véase Medina y Galván (2014a).

En este sentido, afirma que la definición de Ravallion y Chen se interesa por evaluar la totalidad del crecimiento, en tanto que la utilizada por KP pone énfasis en la necesidad de que la medición valore la existencia de una tendencia en favor de los pobres, concluyendo que deben aprovecharse los puntos fuertes de ambos enfoques.

Posteriormente, Duclos y Wodon (2004) desarrollaron un marco conceptual sustentado en un conjunto de axiomas y criterios de dominancia de primero y segundo orden y propusieron expresiones alternativas para representar las curvas *GIC* de RCH, así como las *PGC* desarrolladas por Son.

En la misma línea el trabajo de Essama-Nssah (2004) propone un nuevo marco conceptual que permite reescribir las curvas *GIC* y las *PGC* como la suma de la tasa de crecimiento del ingreso ajustada por un factor que da cuenta de los cambios en la curva de Lorenz, en tanto que las *PGC* se ajustan utilizando una expresión construida a partir de las modificaciones observadas en las curvas de Lorenz generalizadas y en criterios de dominancia estocástica de segundo orden.

Asimismo, este autor propone una nueva medida de pobreza la cual se construye descontando la tasa de crecimiento del ingreso por un factor que se computa a partir del promedio ponderado de los cambios en la curva de Lorenz, asignando pesos distintos a cada tramo de la distribución del ingreso en la línea de trabajo sugerida por Chenery (1974, *et al. op cit.*) y Klasen (2003, *op cit.*).

Por su parte, Bibi (2005) sugiere evaluar el crecimiento propobre a partir del patrón observado contra un escenario contrafactual manteniendo invariante la distribución del ingreso. Este autor fundamenta su propuesta en el trabajo de Atkinson (1970) y genera un indicador de ingreso equivalente igualmente distribuido (IEID) a partir del cual propone un nuevo índice para evaluar la calidad del crecimiento.

Asimismo, utilizando los mismos fundamentos del ingreso equivalente igualmente distribuido Kakwani, Khandker y Son (2004) y Kakwani, Neri y Son (2006) propusieron nuevos indicadores para valorar el crecimiento propobre y en el último de los trabajos mencionados se examinan los nexos entre el indicador de crecimiento y la evolución de distintos componentes del mercado laboral.

El trabajo de Grimm (2007) se considera original en al menos dos sentidos. Primero, porque el autor pone en entredicho los indicadores propuestos por RCH y KP afirmando que ambas mediciones se sustentan en el axioma de anonimato, y en segundo término porque lleva a cabo el análisis del crecimiento y su impacto en la pobreza y la equidad a partir de datos de corte longitudinal.

Grimm señala que no obstante a que ambas propuestas fundamentan sus mediciones en el axioma de anonimato, RCH y KP no tienen en cuenta los conceptos de pobreza crónica y movilidad social que debieran ser el foco de interés para el diseño y evaluación de políticas públicas en materia de superación de la pobreza.

Presidiendo del axioma de anonimato Grimm propone dos nuevas medidas de pobreza a partir de las curvas *GIC* y *RPPG* de RCH. En ambos casos, se tiene en cuenta la evolución del ingreso complementando la identificación de las personas a partir de un conjunto de características de interés, con el propósito de medir el impacto de las políticas públicas en la evolución de su ingreso, su condición de pobreza y movilidad social.

Para llevar a cabo el cómputo de los índices propuestos por Grimm es necesario disponer de datos longitudinales que permitan efectuar el seguimiento de las personas que forman parte de la población objetivo de las políticas públicas.

Araar *et al.* (2007), por su parte, utilizando el marco conceptual desarrollado por Duclos y Wodon (2004, *op cit.*) proponen herramientas analíticas que permiten aplicar pruebas de hipótesis a algunas de las medidas de crecimiento propobre con el propósito de evaluar su robustez estadística. Asimismo, sugieren metodologías para aproximar el error estadístico de los estimadores involucrando la estructura compleja de los diseños de muestra –estratificación y conglomeración– que se utilizan en las encuestas de hogares.

Finalmente, Kakwani y Son (2008) desarrollaron una medida de crecimiento propobre denominada Pro-Poor Index Poverty Equivalent Growth Rate (PEGR) que se computa a partir del índice de KP corregido por desigualdad. De esta manera, la tasa de crecimiento del ingreso observada se descuenta por un factor que tiene en cuenta la manera en que se distribuye el ingreso entre las personas.

## II. Marco conceptual para el estudio del crecimiento propobre

---

En la actualidad existe consenso de que una de las metas más importante del desarrollo es la reducción de la pobreza, la cual puede lograrse a partir de una combinación adecuada de incentivos al crecimiento económico y la aplicación de políticas que tengan como objetivo central disminuir la inequidad en materia de ingreso.

Asimismo, existen acuerdos básicos en el sentido de que las políticas asociadas a la disminución de la pobreza no pueden orientarse de manera exclusiva a maximizar la tasa de ganancia de los inversionistas y el crecimiento de la economía.

Los resultados del trabajo de Dollar y Kraay (2002) atrajeron la atención de los especialistas y generaron diversas reacciones. Como se conoce, esta investigación se sustenta en regresiones de corte transversal que han sido ampliamente criticadas ya que, no obstante que dan cuenta del comportamiento promedio para un conjunto heterogéneo de economías, los autores aseguran que el crecimiento es bueno para los pobres independientemente de su naturaleza y de las condiciones de los países en materia de ingresos, niveles de pobreza y registros de inequidad<sup>7</sup>.

La relación entre las variables aludidas ha sido motivo de debate. A partir de la investigación de Kuznets (1955) que propuso la hipótesis de la U-invertida han surgido diversos trabajos que entregan evidencia a favor de esta tendencia. Kravis (1960), Oshima (1962), Paukert (1973), Ahluwalia (1976) y Ram (1988) y otros demuestran, con datos más robustos, que las afirmaciones de Kuznets carecen de validez empírica (Anand y Kanbur (1984), Fields (1989) y Oshima (1994)).

Una de las investigaciones más influyentes realizada por Deininger y Squire (1996) utiliza un conjunto de datos más completo y aplica pruebas de hipótesis que permite a los autores concluir que no existe evidencia estadística que valide la hipótesis de la U-invertida de Kuznets (1955 *op cit.*).

---

<sup>7</sup> Para conocer el impacto de cambios marginales en el ingreso y la desigualdad en los indicadores de pobreza véase Medina y Galván (2014b).



Los orígenes del concepto propobre encuentran sus raíces en los argumentos *pro-distribución* del ingreso formulados por Chenery y Ahluwalia (1974) durante el decenio de los 70's en su trabajo de redistribución con crecimiento que asume una crítica abierta al modelo de desarrollo del *chorreo* de Kuznets, y que por muchos años ha servido de sustento a las políticas que el Banco Mundial sugiere a los países en materia de desarrollo económico y superación de la pobreza, asumiendo que el objetivo de las políticas públicas es maximizar el crecimiento y esperar a que en el largo plazo este beneficie a los pobres —crecimiento de base amplia—.

Antes de que se acuñara formalmente el concepto propobre en la literatura que examinaba la interrelación entre el ingreso, la pobreza y los índices de desigualdad existían al menos dos grandes corrientes de pensamiento.

Por una parte se ubican los trabajos que enfatizan la participación preponderante del crecimiento de la economía en la reducción de la pobreza (Ravallion y Chen (2001), Bourguignon (2003), Kraay (2004) y López y Servén (2004), en tanto que otras investigaciones se orientaron a cuantificar el efecto del crecimiento sobre la evolución de la pobreza y la desigualdad desde una óptica del desarrollo más amplia (McCulloch y Baulch (1999), Kakwani y Pernia (2000), Son (2003), ), Kakwani y Son (2006), Kakwani, Neri y Son (2006) y Kakwani y Son (2008)).

El crecimiento propobre alude al hecho de que como resultado de la actividad económica los beneficios y las oportunidades deben alcanzar a todos los segmentos de la sociedad incluyendo a los pobres, lo cual se corresponde con la definición que han adoptado algunas agencias internacionales (UN (2000) y OECD (2001)).

Más tarde surgieron estudios que se abocaron a desarrollar definiciones formales y a operacionalizar el concepto propobre (McCulloch y Baulch (2000), Kakwani y Pernia (2000), Ravallion y Chen (2003), Son (2004), Kakwani, Khandker y Son (2004), Warr (2006), Kakwani, Neri y Son (2006) y Kakwani y Son (2008)).

Estos estudios presentan bondades y limitaciones que pueden evaluarse a partir de los criterios que se examinan en Kakwani, Khandker y Son (2004 *op cit.*) y se resumen en el cuadro 2: i) Si utilizan una definición débil o fuerte del concepto propobre, ii) aplican un enfoque absoluto o relativo bajo un procedimiento estricto, iii) si la construcción del indicador requiere especificar o no una línea o medida de pobreza (aproximación total o parcial), y iv) si la medida propuesta satisface el axioma de monotonidad.

A continuación, siguiendo el trabajo de KKS se desarrollan los conceptos anteriores y se califica la robustez conceptual de los indicadores más importantes que se han propuesto en la literatura.

## A. Enfoque débil o fuerte del concepto propobre

Bajo este criterio se afirma que la definición de Ravallion y Chen (2001 *op cit.*) y la de Ravallion (2004, *op cit.*) corresponde a una visión débil del concepto propobre ya que consideran que el crecimiento favorece a los pobres si algunos de ellos —los que se ubican en torno al umbral de pobreza— reciben una pequeña parte de los beneficios (*trickle-down*) y con ello se logra abatir la pobreza.

Definiciones más amplias —acepción fuerte del concepto— ubican el crecimiento a favor de los pobres en la reducción de la desigualdad y de la pobreza como consecuencia del desempeño de la economía (McCulloch y Baulch (2000), Kakwani y Pernia (2000), Son (2004) y Kakwani y Son (2008)) (véase el cuadro 2).

**CUADRO 2**  
**CRITERIOS PARA VERIFICAR LA ROBUSTEZ DE LOS INDICADORES UTILIZADOS**  
**PARA EVALUAR EL CRECIMIENTO PROPOBRE**

Autor e Indicador	Indicador	Definición <sup>a</sup>	Procedimiento <sup>b</sup>	Análisis <sup>c</sup>	Monotonidad <sup>d</sup>
McCulloch y Baulch (2000) McCB Poverty Bias of Growth (PBG)	$PBG = -\Delta P \psi$				
Normalised Poverty Bias of Growth (PBG)	$NPBG = -\frac{\Delta P \psi}{ \Delta P \mu }$	Fuerte	Relativo	Total y Parcial	No siempre cumple
Kakwani y Pernia (2000) KP Pro-poor Growth Index (PPI)	$PPGI = \phi = \begin{cases} \frac{\eta}{\eta_g}, g > 0 \\ \frac{\eta_g}{\eta}, g < 0 \end{cases}$	Fuerte	Relativo	Total	No cumple
Ravallion y Chen (2003) RCH Growth Incidence Curve (GIC)	$g(p) = \gamma + \Delta \ln L'(p)$ $\frac{Q_2(p) - Q_1(p)}{Q_1(p)}$	Débil	Relativo	Parcial	No cumple
Ravallion y Chen (2003) RCH Pro-poor Growth Rate (PPGR, g)	$PPGR = \frac{1}{H_t} \int_0^{H_t} g_t(p) dp$ $PPGR = \frac{W_2(z) - W_1(z)}{H_1}$	Débil	Absoluto	Total	No cumple
Son (2003) S Poverty Growth Curve (PGC)	$\phi(p) = \gamma + \Delta \ln L(p)$ $\frac{CL_2(p) - CL_1(p)}{CL_1(p)}$	Fuerte	Absoluto	Parcial	No cumple
Essama-Nssah (2004), ESN Rate of Pro-Poor Growth (RPPG)	$\phi(v) = \gamma + \sum_{k=1}^n w_k(v) \Delta \ln L'(p)$	Fuerte	Absoluto	Parcial	No cumple

Cuadro 2 (conclusión)

Autor e Indicador	Indicador	Definición <sup>a</sup>	Procedimiento <sup>b</sup>	Análisis <sup>c</sup>	Monotonidad <sup>d</sup>	
Warr, P. (2006)	Índice Propobre	$y^p = y + i \frac{\eta_{PG}}{\eta_{PY}}$	Fuerte	Absoluto	Parcial	No cumple
Kakwani y Son (2006) KS	Pro-Poor Growth Rate (PPGR)	$PPGR = \gamma^* = \gamma - \Delta \ln(G^*)$				
Nueva medida de desigualdad		$\ln(G^*) = \int_0^1 [\ln(p) - \ln(Lp)] dp$	Fuerte	Absoluto	Parcial	No cumple
Kakwani, Neri y Son (2006) KNS	Pro-poor Growth Rate (PPGR)	$PPGR = \gamma - g = \gamma^*$	Fuerte	Relativo	Total	Si cumple
Grimm, M. (2007)	Individual Rate Pro-Poor Growth (IRPPGR)	$IRPPG = \frac{1}{H_{t-1}} \int_0^{H_{t-1}} g_t(p_{t-1}) dp_{t-1}$	Fuerte	Absoluto	Parcial	No cumple
Individual Growth Incidence Curves (IGIC)		$\frac{Q_2(p) - Q_1(p)}{Q_1(p)}$		Relativo		
Kakwani y Son (2008) KS	Poverty Equivalent Growth Rate (PEGR)	$PEGR = \phi^* \gamma$	Fuerte	Absoluto y Relativo	Total	Si cumple

Fuente: Elaboración de los autores.

<sup>a</sup> Fuerte o débil asociado al concepto propobre y su relación con la reducción de la desigualdad.<sup>b</sup> Absoluto o relativo en relación con el beneficio que obtienen los más pobres del crecimiento.<sup>c</sup> Análisis total o parcial dependiendo si utiliza línea e índice de pobreza.<sup>d</sup> Si satisface o no la propiedad de monotonidad que deben cumplir los buenos índices de bienestar.

De acuerdo con la información que se presenta en el cuadro 2 el indicador propuesto por RCH (*Growth Incidence Growth*) se corresponde con una acepción débil del concepto, en tanto que el resto de los índices examinados en este trabajo se vinculan a la definición fuerte.

A su vez, la definición del término propobre puede ser enunciada a partir de un enfoque *relativo o absoluto* de acuerdo a las definiciones que se presentan a continuación.

**Enfoque relativo:** Se asume que el crecimiento económico favorece a los pobres si su ingreso medio aumenta en mayor medida que el de los no pobres y además se verifica la reducción de la pobreza y la caída de la inequidad en términos relativos.

**Enfoque absoluto:** El crecimiento se considera propobre en términos absolutos si como resultado de la evolución de la economía los pobres reciben proporcionalmente iguales o mayores beneficios en términos absolutos de los que se apropian los no pobres. Bajo esta óptica se debe reportar un descenso en la desigualdad en términos absolutos como resultado del crecimiento del ingreso, lo cual se considera un requisito más fuerte que el enfoque relativo (Kakwani y Son, 2008). Este último enfoque es muy importante y cuando los datos lo avalan se afirma que el crecimiento tuvo sesgos muy marcados en favor de los pobres (*super pro-poor*).

Por otra parte, es habitual que cuando el crecimiento es negativo la pobreza se incremente. No obstante, en la práctica se documentan episodios en que la pobreza declina aún en situaciones en que el crecimiento del ingreso sea negativo. Esta situación puede presentarse cuando la desigualdad se reduce y contrarresta el efecto negativo del crecimiento sobre la pobreza, lo cual permite que esta situación se califique como fuertemente *anti-pobre (strongly anti-poor)* si se comprueba que tanto la pobreza como la inequidad se reduce en presencia de un episodio de crecimiento negativo.

## B. Aproximación parcial o total al estudio del crecimiento propobre

Se dice que un indicador se construye a partir de una aproximación parcial cuando un episodio de crecimiento puede ser considerado propobre o antipobre sin necesidad de involucrar en el análisis un valor de la línea ( $z$ ) o un índice para computar el valor de la pobreza.

En este contexto, la medida propuesta por Ravallion y Chen (2001) se construye a partir de una aproximación parcial debido a que el indicador (*PGI*) está sustentado en un criterio de dominancia estocástica de primer orden. Asimismo, las curvas propuestas por Son (2004) (*PGC*) también se consideran parciales debido a que la valoración del proceso de crecimiento (propobre o *anti-pobre*) se sustenta en criterios de dominancia estocástica de segundo orden.

No obstante, la ventaja práctica de utilizar una aproximación parcial es que los indicadores sustentados en este principio pueden utilizarse con todas las líneas y medidas de pobreza. Por otra parte, una desventaja es que si los criterios de dominancia no se satisfacen no se puede afirmar de manera conclusiva que el proceso de crecimiento fue propobre o anti-pobre.

Por las razones aludidas cualquier procedimiento sustentado en criterios de dominancia deberá ser considerado parcial y existe la posibilidad de que se presenten situaciones en que la aplicación de medidas sustentadas en este principio no conduzca a resultados concluyentes.

Otra de las limitaciones de este enfoque es que a partir de su aplicación y en circunstancias de que sea posible calificar la calidad del patrón de crecimiento, no es posible cuantificar el grado de crecimiento propobre. Es decir, ante la comparación de dos procesos de crecimiento que se consideren a favor de los pobres no es posible determinar cual de ellos es mejor.

Por su parte, un procedimiento se considera total si a partir de su aplicación siempre es posible arribar a resultados concluyentes. Los trabajos de McCulloch y Baulch (2000), Kakwani y Pernia (2000) y Ravallion y Chen (2001) se sustentan en el enfoque de aproximación total.

Cabe notar que la medida propuesta por RCH satisface ambos procedimientos -parcial y total-. Se cumple el enfoque parcial debido a que las *GIC* se construyen a partir de una mirada parcial del crecimiento propobre, en tanto que la tasa de crecimiento propobre ( $g$ ) se computa como el área bajo la curva *GIC* desde el origen hasta el valor de la incidencia de la pobreza observado en el periodo base ( $H_1$ ), lo cual representa una aproximación total al concepto propobre.

A diferencia del enfoque parcial la aproximación total genera ordenamientos completos de los procesos de crecimiento. Es decir, la aplicación de este enfoque implica que el resultado del crecimiento debe ser calificado a partir de una tasa o un índice propobre y no sólo a partir de una curva (parcial).

En este sentido, para llevar a la práctica un procedimiento total es necesario disponer de un umbral y de un índice de pobreza. La PEGR sugerida por KS demanda disponer de este tipo de información y por lo tanto se asimila al enfoque total.

Asimismo, los procedimientos de McCB, KP, RCH también se sustentan en una aproximación total al concepto propobre.

### C. Axioma de monotonicidad

El axioma de monotonicidad sugiere que la magnitud de la reducción de la pobreza debe ser una función monótona creciente de la tasa de crecimiento propobre. Debido a que esta depende tanto del crecimiento como de la manera en que sus beneficios se distribuyen en la sociedad, el aumento del ingreso es condición necesaria más no suficiente para lograr que decline la pobreza.

Satisfacer este criterio requiere disponer de un indicador propobre que cuantifique, a partir de una relación monótona, la manera en que se reduce la pobreza combinando los efectos crecimiento y redistribución del ingreso. De esta manera, una medida que cumpla con el axioma de monotonicidad proporciona una condición necesaria y suficiente para evaluar el impacto del crecimiento en la caída de la pobreza.

La medida propuesta por McCB no siempre satisface el axioma de monotonicidad debido a que valores altos en el indicador no necesariamente se manifiestan en reducciones importantes en la incidencia de la pobreza, debido a que el índice *PBG* concentra su atención en la desigualdad ignorando que la evolución de la pobreza también depende del crecimiento del ingreso de los hogares.

Cuando se asume que el efecto crecimiento es constante sobre la evolución de la pobreza la medida *PBG* satisface el criterio de monotonicidad. Por su parte, el indicador propuesto por RCH viola este principio debido a que se computa a partir de métodos de integración numérica desde el origen hasta el valor de la incidencia de la pobreza ( $H_1$ ) observado en el periodo inicial. Es decir, las curvas *GIC* propuestas por RCH no involucran información de la incidencia de la pobreza en el periodo final ( $H_2$ ).

Por su parte, el índice de Kakwani y Pernia (2000) (*Pro-poor Growth Index, PPGI*) se deriva a partir del cociente entre la elasticidad total de la pobreza y la del crecimiento bajo una evolución neutral en la distribución del ingreso.

En ese sentido, al igual que el *PBG* el índice *PPGI* de KP no satisface el axioma de monotonicidad. No obstante a que este indicador tiene en cuenta la manera en que los beneficios del crecimiento se distribuyen entre los pobres y no pobres, no considera en su cómputo la tasa de crecimiento del ingreso. Por estas razones, KS propusieron la tasa *PEGR* que supera las limitaciones del índice de KP y satisface el axioma de monotonicidad.

### **III. Métodos para evaluar el crecimiento propobre**

---

En este apartado se examinan las metodologías que se han desarrollado para valorar si el crecimiento de la economía ha favorecido a los pobres.

A partir de la revisión efectuada es posible afirmar que se dispone un conjunto amplio de métodos que permiten conocer el impacto del crecimiento del ingreso en la pobreza y la equidad a partir de curvas y de un grupo de índices sustentados en axiomas que permiten conocer su consistencia metodológica y robustez estadística.

No obstante a que no hay acuerdos absolutos que permitan afirmar cuáles de los indicadores propuestos se consideran más adecuados, en la literatura se manifiesta marcada preferencia por las propuestas desarrolladas por Ravallion y Chen, así como por el indicador propuesto por Kakwani y Pernia, las curvas de crecimiento del ingreso propuestas por Son y el índice de Kakwani, Khandker y Son.

#### **A. Crecimiento orientado a la reducción de la pobreza de McCulloch y Baulch (McCB, 1999)**

El inicio de los trabajos que introducen la operacionalización del concepto propobre coincide con la investigación efectuada por McCulloch y Baulch (1999).

Los autores afirman que el crecimiento económico a favor de los pobres es una idea que ha estado presente en la teoría del desarrollo durante los últimos años y señalan que este puede concebirse a partir del diseño de políticas orientada de manera explícita a beneficiar a los segmentos pobres de la sociedad.

No obstante, el interés por examinar la manera en que evoluciona el ingreso de las personas ubicadas en los diferentes tramos de la distribución se asocia al trabajo seminal de *Redistribución con Crecimiento* desarrollado por Chenery y Ahluwalia (1974) y que posteriormente fue utilizando para desarrollar la tesis central del *World Development Report* de 1990 elaborado por el Banco Mundial, en donde se hacía referencia a la necesidad de poner en marcha un modelo de crecimiento de base amplia que permita reducir los niveles de pobreza.

En este contexto, utilizando el método de descomposición exacto que da cuenta de los cambios en la pobreza a partir de los efectos crecimiento y redistribución propuesto por Kakwani (1997) McCB propusieron el indicador denominado *Poverty Bias of Growth (PBG)* que se obtiene como se muestra a continuación<sup>8</sup>.

El procedimiento de descomposición propuesto por Kakwani (1997) permite aproximar en forma aditiva y exacta el cambio en el indicador de pobreza entre dos periodos, por ejemplo 1 y 2, a partir de aproximar el efecto crecimiento manteniendo constante la desigualdad y computando la variación en la distribución manteniendo invariante el ingreso como se muestra a continuación:

$$P(\mu_2, \psi_2) - P(\mu_1, \psi_1) = \frac{1}{2} \{ [P(\mu_2, \psi_1) - P(\mu_1, \psi_1)] + [P(\mu_2, \psi_2) - P(\mu_1, \psi_2)] \} + \frac{1}{2} \{ [P(\mu_1, \psi_2) - P(\mu_1, \psi_1)] + [P(\mu_2, \psi_2) - P(\mu_2, \psi_1)] \} \quad (1)$$

La ecuación (1) se puede escribir como:

$$\Delta P = \Delta P_\mu + \Delta P_\psi \quad (2)$$

En donde  $\Delta P$  representa la modificación del índice de pobreza entre el periodo 1 y 2 y  $\Delta P_\mu$  se denomina el efecto crecimiento y da cuenta de la manera en que cambia la pobreza ante variaciones en el ingreso entre los periodos 1 y 2 manteniendo constante el nivel de desigualdad en el periodo 2, en tanto que  $\Delta P_\psi$  se conoce como el efecto desigualdad que sintetiza el cambio en la pobreza manteniendo invariante el nivel de ingreso.

El aumento del ingreso medio reduce la pobreza (significa que  $\Delta P_\mu < 0$  es negativo), en tanto que una reducción de la desigualdad se observa cuando  $\Delta P_\psi < 0$  se traduce en la caída del indicador de pobreza.

No obstante, la evidencia confirma situaciones en donde el aumento del ingreso puede acompañarse de incrementos en el nivel de inequidad ( $\Delta P_\psi > 0$ ) lo que atenuaría el impacto del crecimiento del ingreso en la reducción de la pobreza.

A partir de la ecuación (2) McCB propusieron el indicador denominado *Poverty Bias of Growth (PBG)* que da cuenta de la manera en que el aumento del ingreso mejora la situación de los pobres y se computa a partir de la siguiente expresión:

$$PBG = \Delta P_\mu - \Delta P = -\Delta P_\psi \quad (3)$$

Observe que el índice PBG se obtiene como la diferencia entre el cambio en el indicador de pobreza generado por el aumento del ingreso ( $\Delta P_\mu$ ) y la variación observada en la pobreza total ( $\Delta P$ ); es decir, a partir de un proceso de crecimiento que mantenga invariante la distribución del ingreso.

Si la expresión (3) es **positiva** ( $PBG > 0$ ) se afirma que el crecimiento manifiesta un sesgo a favor de los pobres. Cuando  $PBG < 0$  (**negativo**) se dice que el crecimiento favoreció en mayor medida a los no pobres.

La *PBG* es apropiada en la medida que identifica el sesgo del crecimiento a favor de los pobres. No obstante, su utilidad práctica depende del número de años que abarque el periodo de estudio.

No es lo mismo analizar una *PGB* para un periodo de tiempo relativamente corto, por ejemplo dos años, que examinar la calidad del crecimiento en un lapso de 20 años. Una manera simple de subsanar esta deficiencia la proponen McCB dividiendo el valor de la *PGB* por el número de años que involucra el periodo de estudio. No obstante este ajuste no es suficiente.

Otra forma de proceder de acuerdo a los autores consiste en asumir que el patrón de crecimiento del ingreso sigue una tendencia exponencial. No obstante, en la medida de que este supuesto no se cumpla los resultados no serán satisfactorios.

<sup>8</sup> Para conocer los fundamentos metodológicos de los procedimientos de descomposición que se encuentran en la literatura y los detalles del propuesto por Kakwani (1997), véase Medina y Galván (2014a).

Un procedimiento alternativo consiste en computar el indicador como proporción del cambio que se obtendría con una distribución neutral del crecimiento como se muestra a continuación, y que genera el indicador denominado *Normalised Poverty Bias of Growth (NPBG)*:

$$NPBG = \frac{-\Delta P\Psi}{|\Delta P\mu|} \quad (4)$$

Esta medida, como lo explican sus autores, es especialmente útil cuando el interés es comparar distribuciones entre países, estados o provincias, y se involucra distinto número de años en el periodo de análisis de la manera en que se ilustra en el diagrama 1.

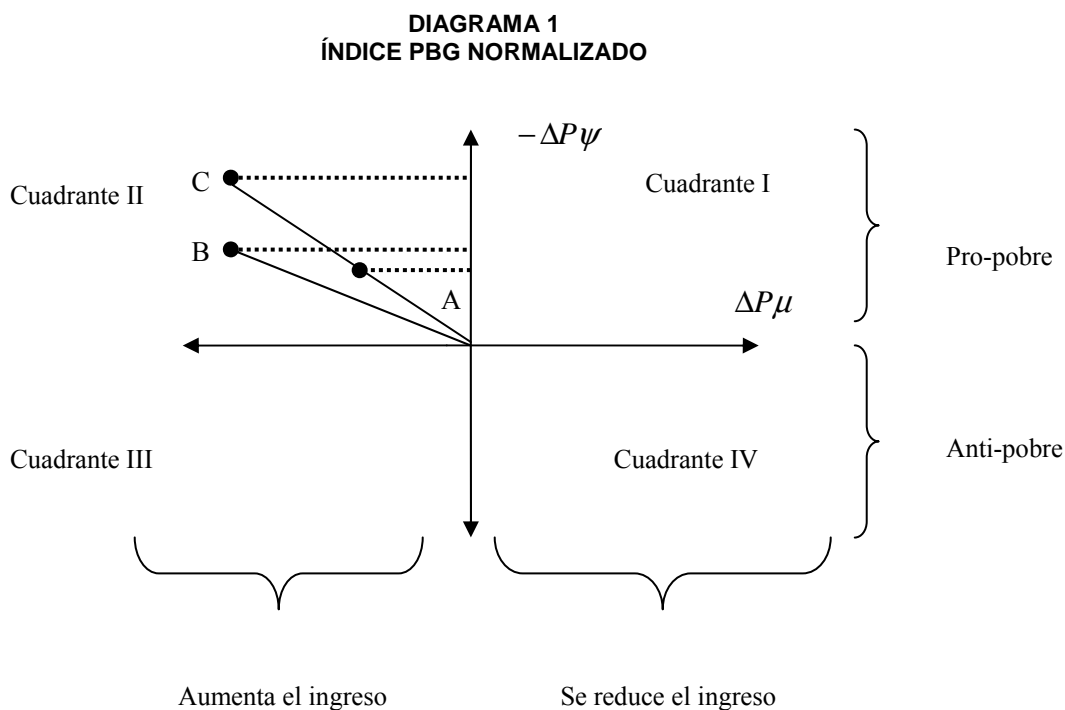
La interpretación del diagrama 1 se sustenta en el siguiente ejemplo. Suponga que se desea evaluar la calidad del crecimiento en los países A, B y C y que el periodo de estudio para A abarca cinco años, en tanto que para B y C el número de años considerados son 10 y 20 respectivamente.

Debido a la diferencia en el número de años entre A y B el indicador *PBG* sin estandarizar asume un valor mayor en B. Sin embargo, la *PBG* en ambos casos tiene el mismo origen por lo que cabe esperar que su valor normalizado sea el mismo.

Por su parte, la comparación de los indicadores para A y C sin ajustar mostraría un mayor sesgo del crecimiento a favor de los pobres para el país C, en tanto que e normalizado sugeriría que en A la tasa de crecimiento favoreció a los pobres.

Los resultados confirman que la reducción de la pobreza depende de la tasa de crecimiento del ingreso y de cambios en la distribución del ingreso.

Al igual que en caso del índice *PBG* cuando se observa que  $NPBG > 0$  se acredita que el crecimiento favoreció a los pobres y cuando la expresión es menor que cero ( $NPBG < 0$ ) se confirma que mejoró el ingreso de los no pobres.



Fuente: McCulloch y Baulch, 1999.



## B. Índice Propobre de Kakwani y Pernia (PPIG) (KP, 2000)

El interés de la comunidad internacional por ubicar la reducción de la pobreza en el centro de la estrategia del desarrollo, ha motivado en los últimos años la aparición de un número importante de investigaciones que concentran esfuerzos en definir y operacionalizar el concepto propobre, aludiendo a la necesidad de operacionalizar un modelo de desarrollo más equitativo orientado a beneficiar en mayor proporción a los más pobres.

En este sentido, uno de los primeros trabajos formales sobre el tema fue desarrollado por Kakwani y Pernia (2000 *op cit.*) cuestionando la capacidad del método del “*chorreo*” propuesto por Kuznets (1955) para mejorar el nivel de vida de los más pobres.

Como ha sido ampliamente documentado el *trickle-down* fue la corriente de pensamiento dominante en materia de desarrollo económico durante el decenio de los 50’s y 60’s. Esta teoría postula que los beneficios del crecimiento económico llegan primero a los ricos y posteriormente, a partir de los gastos e inversiones que estos realizan, se genera una suerte de “*chorreo*” o *filtración* que termina por beneficiar a los más pobres (Kakwani y Pernia, 2000).

Bajo esta óptica del desarrollo es posible que la incidencia de la pobreza se reduzca a pesar de que como resultado del crecimiento de la economía los pobres reciban sólo una pequeña fracción de los beneficios totales aún en circunstancias en que se deteriore la distribución del ingreso.

No obstante, también se comprueba que en situaciones en que se observen altas tasas de crecimiento del ingreso pueden producirse incrementos en la pobreza y cambios regresivos en la distribución del ingreso, lo que en palabras de Bhagwati (1988) generaría un escenario de crecimiento empobrecedor, mayor pobreza y miseria (*immiserizing growth*).

El estudio efectuado por Dollar y Kraay (2000 *op cit.*) sostiene que el crecimiento es bueno para los pobres bajo cualquier circunstancia, y sugiere que los gobiernos no deben aplicar políticas con sesgo propobre ya que es suficiente maximizar el crecimiento de la producción, cautelar el nivel de la inflación y mantener la disciplina fiscal como instrumentos de política para garantizar la reducción de la pobreza.

No obstante, cabe señalar que el vínculo entre el crecimiento a favor de los pobres y la reducción de la pobreza se logra a partir del concepto de bienestar que hace referencia al nivel de vida de las personas. De acuerdo con Sen (1987) la articulación del concepto de bienestar y el nivel de vida se manifiesta a partir de lo que este autor denomina funcionamientos (*functionings*) y capacidades (*capabilities*), en donde lo primero hace referencia a los logros de las personas y el segundo vocablo alude a la manera en que estos se materializan.

De acuerdo a Kakwani y Pernia (2000 *op cit.*) el crecimiento a favor de los pobres “*es aquel en donde los pobres participan activamente y se benefician de manera significativa de la actividad económica*”; es decir, se aboga por un crecimiento inclusivo en donde los pobres se beneficien –mejorando sus ingresos– y desarrollen a plenitud un mínimo de capacidades básicas.

Asimismo, los autores afirman que para alcanzar este propósito es necesario diseñar una estrategia de desarrollo deliberadamente sesgada en favor de los pobres que garantice que este segmento de la población se beneficie del crecimiento proporcionalmente más que los ricos.

Lo anterior sugiere la necesidad de modificar la estrategia de desarrollo actual y diseñar una arquitectura institucional que ponga en operación políticas públicas a favor de los más pobres eliminando las discriminaciones por género, origen étnico, color de la piel, nivel económico, religión y ponga al servicios de todos la infraestructura social básica y los servicios que se requieren para alcanzar un nivel de vida digno y adecuado (funcionamientos).

¿Cómo puede operacionalizarse el concepto propobre? ¿Cuándo se puede afirmar que el crecimiento ha sido en favor de los pobres? Y si esto se confirma ¿en que grado se logró?, son algunas de las preguntas que motivaron el trabajo de Kakwani y Pernia.

La investigación surge a partir del reconocimiento de que para medir el impacto del crecimiento sobre la pobreza necesariamente se debe separar el cambio en el índice pobreza asociado a modificaciones en el ingreso y el registro de desigualdad.

Es decir, se debe descomponer el cambio total en la pobreza ( $\eta$ ) asociado al efecto crecimiento ( $\eta_g$ ) que da cuenta de los cambios en la pobreza manteniendo constante la distribución del ingreso y el efecto desigualdad ( $\eta_l$ ) el cual se obtiene manteniendo constante el nivel de ingreso. La metodología propuesta por Kakwani y Pernia se describe a continuación.

Se define  $\Theta$  como una medida de pobreza a partir de un valor de línea ( $z$ ), el ingreso medio  $\mu$  y la curva de Lorenz  $L(p)$  que se asume como una medida de desigualdad relativa y se interpreta como el porcentaje de ingreso retenido por el  $p$  por ciento de la población ( $0 \leq p \leq 1$ ).

$$\Theta = \Theta(z, \mu, L(p)) \quad (5)$$

El objetivo es explicar los cambios en el valor de la medida de pobreza  $\Theta$  entre los periodos 1 (base) y 2 (final) en términos del crecimiento del ingreso y el nivel de desigualdad.

Así, el cambio proporcional en el índice de pobreza se representa por medio de  $P_{12}$ <sup>9</sup>.

$$P_{12} = \ln\{\Theta(z, \mu_2, L_2(p))\} - \ln\{\Theta(z, \mu_1, L_1(p))\} \quad (6)$$

En donde  $\mu_1$  y  $\mu_2$  representan el ingreso medio de los hogares en términos reales en los periodos 1 y 2 respectivamente y  $L_1(p)$ ,  $L_2(p)$  las curvas de Lorenz.

El efecto crecimiento se define como la variación proporcional en la pobreza asociado al cambio relativo del ingreso entre los periodos 1 y 2 manteniendo constante el registro de inequidad. Por su parte, el efecto desigualdad se define como la alteración que se manifiesta en el índice de pobreza cuando se presentan cambios en la curva de Lorenz y se mantiene invariante el ingreso en valores constantes<sup>10</sup>.

El efecto crecimiento  $G_{12}$  y el asociado a la desigualdad como  $I_{12}$ .

$$P_{12} = f(G_{12}, I_{12}) \quad (7)$$

A partir de la ecuación (7) y de acuerdo a Kakwani (1997) se tiene lo siguiente<sup>11</sup>.

$$G_{12} = 1/2[\ln\{\Theta(z, \mu_2, L_1(p))\} - \ln\{\Theta(z, \mu_1, L_1(p))\} + \ln\{\Theta(z, \mu_2, L_2(p))\} - \ln\{\Theta(z, \mu_1, L_2(p))\}] \quad (8)$$

$$I_{12} = 1/2[\ln\{\Theta(z, \mu_1, L_2(p))\} - \ln\{\Theta(z, \mu_1, L_1(p))\} + \ln\{\Theta(z, \mu_2, L_2(p))\} - \ln\{\Theta(z, \mu_2, L_1(p))\}] \quad (9)$$

Se asume que se verifica una tasa de crecimiento positiva del ingreso  $g_{12}$  entre los periodos 1 y 2, de manera que la elasticidad de la pobreza respecto del cambio en el ingreso se obtiene a partir de la ecuación (10):

$$\eta = P_{12} / g_{12} \quad (10)$$

Que representa el cambio proporcional en la pobreza cuando se observa una tasa de crecimiento del ingreso equivalente al 1%.

Asimismo, se definen

<sup>9</sup> Observe que a diferencia de la propuesta original de Kakwani (2000), en ese caso la variación en la pobreza  $P_{12}$  se computa como la resta entre el logaritmo natural de la medida de pobreza entre el segundo y primer periodo.

<sup>10</sup> Los detalles teóricos de la metodología pueden consultarse en Medina y Galván (2014a, *op cit.*)

<sup>11</sup> Considere que deben modificarse los parámetros asociados al ingreso y la curva de Lorenz para el cálculo de los índices de pobreza.

$$\eta_g = G_{12} / g_{12} \quad (11)$$

$$\eta_I = I_{12} / g_{12} \quad (12)$$

En donde  $\eta_g$  representa el cambio proporcional en la pobreza ante un cambio del 1% en el ingreso manteniendo constante la desigualdad, en tanto que  $\eta_I$  da cuenta de la manera en que se modifica el índice de pobreza ante una variación de la misma magnitud en la desigualdad manteniendo invariante el nivel de ingreso.

De esta manera, el cambio total en la pobreza se puede descomponer en forma exacta y aditiva por medio de la siguiente expresión:

$$\eta = \eta_g + \eta_I \quad (13)$$

Se reconoce que  $\eta_g$  siempre será negativo ( $<0$ ) debido a que cuando el crecimiento del ingreso es positivo se reduce la pobreza manteniendo la distribución constante, en tanto que  $\eta_I$  será positivo o negativo dependiendo del efecto del crecimiento sobre la desigualdad y en el índice de pobreza.

En caso de que  $\eta_I$  sea negativo ( $<0$ ) significa que el crecimiento modificó la distribución del ingreso en favor de los pobres, en tanto que cuando sea positivo ( $>0$ ) el crecimiento favoreció proporcionalmente más a los no pobres exacerbando la concentración del ingreso.

De acuerdo a lo anterior, Kakwani y Pernia sugieren que el crecimiento del ingreso a favor de los pobres (propobre) puede ser valorado a partir del **índice Pro-Poor Index Growth (PPIG)**:

$$\phi = \frac{\eta}{\eta_g} \quad (14)$$

El índice *PGI* se computa a partir de vincular el cambio en el indicador de pobreza total entre la reducción de la pobreza que ocurriría manteniendo la desigualdad constante; es decir, ante un proceso de crecimiento neutral. En la medida de que el indicador asuma un valor superior a la unidad ( $\phi > 1$ ) se verifica que el crecimiento reduce la desigualdad y  $\eta_I < 0$ . En este contexto, se afirma que el crecimiento será propobre asumiendo que los beneficios proporcionales que recibe este grupo son superiores a los que se apropian los no pobres, lo cual se manifiesta en un descenso de la inequidad a partir de modificaciones en la curva de Lorenz.

**En este escenario se considera que el índice es estrictamente propobre y cabría esperar que ante una tasa de crecimiento del ingreso la pobreza debiera descender en mayor magnitud que cuando se reporten incrementos del ingreso.**

El índice propuesto por Kakwani y Pernia adopta una noción relativa del concepto *propobre*, debido a que cuando el crecimiento es en favor de los pobres se acredita una reducción relativa de la desigualdad. Cuando ocurre que  $0 < \phi < 1$  es posible aseverar que el crecimiento no fue estrictamente en favor de los pobres. Ante este escenario es posible que se acrediten procesos redistributivos del ingreso en desmedro de los pobres (i.e. los pobres disminuyeron sus ingresos) a pesar de que se logre la reducción de la pobreza. Este escenario está en sintonía con el planteamiento del crecimiento por “chorreo” (“trickle-down”) que asume el enfoque de Ravallion y Chen.

Si *PGI* asume el valor igual a la unidad ( $\phi = 1$ ) significa que la desigualdad se mantiene constante y que todos los segmentos de la sociedad se benefician equiproporcionalmente del crecimiento.

Finalmente, cuando el valor del *PGI* es negativo se acredita que ( $\phi < 0$ ) y se confirma que la evolución del crecimiento ha tenido como correlato el aumento de la pobreza –y probablemente también de la desigualdad-. Es decir, se materializó un episodio de crecimiento en contra de los pobres (anti-propobre).

En la realidad puede ocurrir que como resultado de la evolución de la economía se presente una tasa de crecimiento negativa en el ingreso de los hogares que incremente el valor de la pobreza.

En este caso  $\eta$  y  $\eta_g$  serán positivos y si no se generan cambios que mejoren la redistribución del ingreso, cabría esperar que la incidencia de la pobreza se incremente  $\eta_g$  por ciento –debido a que el ingreso declinó 1%–, en tanto que el crecimiento de la pobreza total será  $\eta$  por ciento.

En este contexto, la recesión tendría como resultado un crecimiento propobre si se verifica que  $\eta < \eta_g$  y en favor de los no pobres cuando  $\eta > \eta_g$ . Ante este escenario, **el índice propobre** se computa como se muestra a continuación:

$$\phi = \frac{\eta_g}{\eta} \quad (15)$$

De la expresión (15) se concluye que la recesión será a favor de los pobres si se verifica que  $\phi > 1$  y sesgado hacia los no-pobres cuando  $\phi < 1$ . Es decir, en esta opción los pobres resultan menos afectados. Cuando el crecimiento es negativo se puede considerar como propobre si la pérdida de ingreso es proporcionalmente menor en los pobres que en los *no-pobres*.

Con el propósito de interpretar los valores generados por su índice KP proponen la siguiente clasificación:

- i) Cuando el índice  $\phi$  asume valores negativos se considera que el crecimiento es en contra de los pobres.
- ii) Para valores del indicador entre 0 y 0.33 se dice que el crecimiento es débilmente en favor de los pobres.
- iii) Si el indicador se ubica entre 0.33 y 0.66 se considera moderadamente a favor de los pobres.
- iv) Entre 0.66 y 1 se califica como propobre.
- v) Para valores superiores a la unidad como altamente propobre.

### C. Curvas de crecimiento del ingreso de Ravallion y Chen (RCH, 2001)

Ravallion y Chen (2001 *op cit.*) inician su trabajo planteando la siguiente pregunta: ¿Cuándo puede afirmarse que el crecimiento ha sido propobre?

A juicio de estos autores el crecimiento es propobre si reduce la pobreza y de acuerdo a Kakwani y Son (2008) se estaría en presencia de una acepción débil del concepto cuando se verifica que el crecimiento es positivo.

A partir de las preguntas formuladas KS definen  $F_t(y)$  como la función de distribución acumulada del ingreso (*FDA*) que representa la proporción de población en el periodo  $t$  con ingreso menor que  $y$ . De esta manera, invirtiendo la *FDA* el ingreso observado en el  $p$ -ésimo percentil se obtiene como se muestra a continuación:

$$y_t(p) = F_t^{-1}(p) = L'_t(p)\mu_t \quad \text{en donde } (y'_t(p) > 0) \quad (16)$$

En la expresión anterior  $L_t(p)$  representa la curva de Lorenz con pendiente  $L'_t(p)$  y  $\mu_t$  el ingreso medio de la distribución. Si se examina la distribución en todo el recorrido de la variable  $p$  -de cero a uno- se genera la curva de ingresos conocida como *Pen's Parade* (Pen, 1971) la cual también se define como la función percentil (*percentile function*).

Cuando se desea comparar la evolución del ingreso per cápita entre los periodos  $t$  y  $t+1$  la tasa de crecimiento del ingreso del  $p$ -ésimo percentil se computa por medio de:

$$g_t(p) = \left[ \frac{y_{t+n}(p)}{y_t(p)} \right] - 1 \quad (17)$$

De esta manera, disponiendo de información para un número determinado de percentiles y graficando la tasa de crecimiento observada  $g_t(p)$  en cada uno de ellos se obtiene lo que Ravallion y Chen denominan la “*Curva de Incidencia de Crecimiento*” (*Growth Incidence Curve, GIC*).

En el caso de que el periodo que se compara sea abarca más de un año, entonces la tasa de crecimiento anual del ingreso per cápita se obtiene de acuerdo a la siguiente ecuación.

$$g_t(p) = \left[ \frac{y_{t+n}(p)}{y_t(p)} \right]^{1/n} - 1 \quad (17')$$

A partir de la ecuación (17) se puede genera la siguiente expresión:

$$g_t(p) = \frac{L'_{t+n}(p)}{L'_t(p)} (\gamma_t + 1) - 1 \quad (18)$$

En donde  $\gamma_t = (\mu_{t+n}/\mu_t) - 1$  representa la tasa de crecimiento del ingreso medio de toda la distribución  $\mu_t$ .

Si como resultado de la evolución de la economía se verifica que la curva de Lorenz no se altera (no cambia el registro de desigualdad) se constata que  $g_t(p) = \gamma_t \forall p$ .

Asimismo, si se comprueba que  $g_t(p)$  es una función decreciente (creciente) se puede afirmar que la desigualdad cae (aumenta) lo cual se confirma a partir de computar todas las medidas de desigualdad que cumplan con el principio de transferencia de Pigou-Dalton.

Cuando la curva *GIC* se ubica por encima de cero para todo valor de  $p$  ( $g_t(p) > 0$ ) se afirma que existe dominancia estocástica de primer orden<sup>12</sup> de la distribución observada en el periodo  $t+n$  sobre la reportada en el año  $t$ .

En caso contrario, si  $g_t(p) < 0$  no es posible corroborar la dominancia de un orden mayor a partir de la curva *GIC*. No obstante, los autores afirman que la excepción se acredita cuando se incrementa el ingreso medio de la distribución y la *GIC* es decreciente en  $p$ . En este caso se comprueba la dominancia estocástica de segundo orden a partir de integrar el área bajo la curva de la función cuantil o de la *FDA* (Shorrocks, 1983).

Desde un punto de vista práctico se observa que si la curva tiene pendiente negativa es posible afirmar que el ingreso medio de los hogares ubicados en la parte baja de la distribución aumenta en mayor proporción que el de las familias de la parte alta (en favor de los pobres). Asimismo, cuando se verifica que la pendiente de la curva *GIC* es positiva se obtendrá evidencia suficiente para afirmar que el ingreso de los hogares de mayores recursos aumentó proporcionalmente más que el resto (en contra de los pobres).

Ravallion y Chen argumentan que los indicadores propobre deben satisfacer los axiomas que se describen a continuación:

Axioma 1: El índice de crecimiento propobre debe ser consistente con la forma en que se computa el nivel de pobreza, por lo que una reducción (incremento) de la pobreza necesariamente debe traducirse en una tasa de crecimiento positiva (negativa) del ingreso en favor de los pobres (propobre).

<sup>12</sup> La dominancia de primer orden se define de la manera siguiente. Si la función de densidad acumulada de una distribución A ( $F_A$ ) asume en todo su recorrido al menos el mismo valor que la distribución B ( $F_B$ ) para todos los valores de la línea de pobreza, se dice que la distribución B domina en primer orden a la distribución A. A partir de la condición de dominancia de primer orden se observa que se genera una condición de ordenamiento ente dos distribuciones donde las curvas de incidencia de la pobreza no se intersectan en ningún punto. Formalmente se tiene que B domina a A en primer orden si y sólo si  $Pobreza(A) > Pobreza(B)$  para todas las medidas de pobreza, o para cualquier transformación monotónica de esta y para cualquier valor de la línea de pobreza (Atkinson (1987) y Foster y Shorrocks (1988)).

**Axioma 2:** La medida de pobreza implícita en el índice propobre debe satisfacer las propiedades definidas por Sen (1976) que hacen referencia las características asociadas a los buenos indicadores de pobreza. Focalización, que alude a la invariabilidad del indicador en caso de que se verifiquen cambios en el ingreso de los *no-pobres*, la monotonicidad indica que el aumento (reducción) del ingreso de los pobres debe reflejarse en una reducción (aumento) del indicador de pobreza, el de transferencia señala que las transferencias de ingresos entre los pobres que reducen la desigualdad deben acompañarse de caídas en el nivel de pobreza y finalmente el de aditividad y descomposición que da cuenta que el indicador agregado puede obtenerse como la suma ponderada del indicador generado a partir de subconjuntos disjuntos de la población de referencia<sup>13</sup>.

Como se reconoce en la literatura el índice de recuento de la pobreza (*Headcount Index*) no satisface los axiomas de monotonicidad y transferencias de ingresos, lo que a juicio de Ravallion y Chen obliga a identificar un indicador con mayores propiedades.

En este sentido, los autores eligieron el índice de Watts que de acuerdo a Zheng (1993) es el único indicador que satisface varios criterios que deben evaluarse para corroborar la robustez axiomática de los índices de pobreza que se encuentran en la literatura<sup>14</sup>.

$$W_t = \int_0^{H_t} \log\left[\frac{z}{y_t(p)}\right] dp = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^q \log\left(\frac{z}{y_t(p_i)}\right) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^q [\log(z) - \log(y_t(p_i))] \quad (19)$$

En la expresión anterior  $H_t$  representa el índice de recuento de la pobreza en el periodo  $t$  y  $y_t(H_t)=z$ ; es decir, el ingreso evaluado en  $H_t$  equivale al valor de la línea de pobreza. De esta manera, cuando la ecuación (19) se deriva respecto a  $t$  se obtiene un índice que permite calificar la evolución del crecimiento en función al vocablo propobre:

$$-\frac{dW_t}{d_t} = \int_0^{H_t} \frac{d \log y_t(p)}{d_t} dp = \int_0^{H_t} g_t(p) dp \quad (20)$$

La expresión anterior representa la tasa de cambio del índice de Watts lo que equivale a aproximar menos una vez la integral del área bajo la curva *GIC* hasta alcanzar el valor asociado a la incidencia de la pobreza de la distribución en el tiempo  $t$ ; es decir, hasta el nivel que identifica la proporción de personas por debajo de la línea de pobreza  $H_t$ .

Utilizando la expresión anterior Ravallion y Chen propusieron una medida para evaluar el crecimiento propobre que da cuenta de la tasa de crecimiento del ingreso de los pobres y que se conoce como **Pro-poor Growth Rate (PPGR)** y se obtiene dividiendo la ecuación (12) por  $H_t$ :

$$PPGR = \frac{1}{H_t} \int_0^{H_t} g_t(p) dp \quad (21)$$

Es decir, la *PPGR* está basada en la normalización del área bajo la curva *GIC* y se computa integrando esta superficie hasta el valor de la incidencia de la pobreza en el periodo inicial ( $H_t$ ) y posteriormente se divide por ese valor.

Es importante notar que para computar la expresión (21) es necesario conocer la incidencia de la pobreza ( $H$ ) en el periodo  $t$ . cabe, aclarar, no obstante, que esta ecuación no debe considerarse como la tasa de crecimiento del ingreso promedio de los pobres ya que parte de principios teóricos distintos para su cómputo.

<sup>13</sup> La formalización de algunos de estos axiomas se desarrolla en Duclos y Wodon (2004) y se presentan en la sección IV.9.

<sup>14</sup> En Zheng (1997) se demuestra que el índice de Watts es el único que satisface plenamente 17 criterios identificados hasta ese momento en la literatura y que tienen relación con las buenas propiedades asociadas a los buenos indicadores de pobreza. En ese trabajo también se señala que los índices de la familia de Foster, Greer y Thorbecke (1984) también satisfacen las mismas propiedades pero que la propiedad de transferencia y sensibilidad débil sólo se cumple cuando  $\alpha=2$ . No obstante, Duclos y Wodon (2004, *op cit.*) afirman que no todos los investigadores están de acuerdo con algunas de las propiedades que satisface el índice de Watts.

De hecho, (21) representa la tasa de crecimiento del índice de Watts para el conjunto de personas ubicadas por debajo del umbral de pobreza y se demuestra que no es una buena medida propobre ya que no satisface los axiomas de monotonicidad y transferencia de ingresos.

No obstante, desde el punto de vista práctico la medida *PPGR* se considera de utilidad ya que permite aproximar la manera en que ha evolucionado el ingreso de los pobres. Si su valor es mayor que cero ( $PPGR > 0$ ) se puede afirmar que el crecimiento fue propobre. En caso contrario ( $PPGR < 0$ ) se concluye que el crecimiento favoreció en mayor medida a los no-pobres.

De acuerdo a Son (2007) las curvas *GIC* enfrentan dos limitaciones. La primera hace referencia a que RCH definen la tasa de crecimiento propobre como el área bajo la curva *GIC* hasta el valor de  $H_t$  lo cual equivale al cambio en el índice de pobreza de Watts. En este sentido, la medida sólo es válida cuando se utiliza este indicador.

Por otra parte, las curvas *GIC* no satisfacen el axioma de monotonicidad debido a que para obtener la tasa *PPGR* se utilizan técnicas de integración numérica hasta el valor que identifica el nivel de pobreza en el periodo inicial  $H_t$ . Es decir, en el cómputo no se involucra la tasa de pobreza en el periodo  $t+n$  ( $H_{t+n}$ ).

En Kakwani y Son (2008) se demuestra que la medida de RCH satisface el axioma de monotonicidad bajo condiciones altamente restrictivas que se presentan cuando las tasas de crecimiento del ingreso son siempre positivas o negativas en todos los percentiles ubicados por debajo del nivel inicial de pobreza ( $H_t$ ) y cuando ningún individuo ha cruzado la línea de pobreza entre los periodos  $t$  y  $t+n$ <sup>15</sup>.

Considerando que la medida propuesta por RCH se sustenta un enfoque parcial se demuestra que existen situaciones en que no se obtendrán resultados concluyentes acerca de la calidad del crecimiento, lo que significa que no será posible determinar si la evolución del ingreso favoreció en mayor medida a los pobres.

Cabe notar, no obstante, que a partir de la medida de RCH no es posible especificar cuánto de la reducción de la pobreza debe asociarse con el crecimiento propobre. No obstante, cuando la tasa de crecimiento del ingreso es negativa la definición de propobre asumida por RCH se vuelve muy importante; es decir, un nivel de crecimiento negativo del ingreso conduce a una reducción de la pobreza.

## D. Curvas de crecimiento de la pobreza (CCP) de Son (S, 2004)

Utilizando como referencia el trabajo de Ravallion y Chen (2001, *op cit.*), Son (2004) propuso las curvas de crecimiento de la pobreza (*Poverty Growth Curve, PGC*) aplicando el teorema de Atkinson que establece una relación entre la curva de Lorenz y los cambios en el índice de pobreza.

Siguiendo a Son (2004, *op cit.*) se tiene que  $L(p)$  es la curva de Lorenz que representa el porcentaje de ingreso que posee el  $p\%$  de la población. De esta manera, la curva se puede escribir como se muestra a continuación:

$$L(p) = \frac{1}{\mu} \int_0^x yf(y)dy \quad (22)$$

En donde  $p = \int_0^x f(y)dy$ ,  $\mu$  representa el ingreso medio de toda la población, y es el ingreso percibido por un individuo y  $f(y)$  su función de densidad de probabilidad.

De acuerdo con Kakwani (1980) la curva de Lorenz satisface las siguientes propiedades:

- i)  $L(p) = 0$  cuando  $p=0$ .

<sup>15</sup> Estrictamente hablando, esta situación sólo se podría ser verificar cuando se dispone de un panel de hogares con un 100% de traslape.

- ii)  $L(p) = 100$  cuando  $p=100$ .
- iii)  $dL(p)/dp = y/\mu$ : la derivada de la curva de Lorenz es el cociente entre el ingreso observado en un punto de interés y el ingreso medio de la distribución y la pendiente es mayor que cero.
- iv)  $d^2L(p)/dp^2 = 1/\mu f(y)$ : la segunda derivada de la curva de Lorenz es mayor que cero y se escribe como la inversa del producto del ingreso medio de la distribución y la función de densidad.
- v)  $L(p) \leq p \quad \forall p$  en el rango  $0 \leq p \leq 100$ .
- vi) Cuando  $L(p) = p$  se verifica perfecta igualdad en la distribución del ingreso.

Asumiendo la definición de Kakwani y Pernia (2000 *op cit.*) los cambios en la curva de Lorenz permiten conocer si como resultado del desempeño de la economía la desigualdad declina o se incrementa. En ese sentido, el crecimiento será propobre si los pobres obtienen proporcionalmente más beneficios que los no pobres, en cuyo caso deberá reportarse un desplazamiento hacia arriba en la curva de Lorenz; es decir, se debe comprobar que  $\Delta L(p) \geq 0$  para todo valor de  $p$ .

Por su parte, la curva de Lorenz generalizada (CLG) se define como:

$$CLG = \mu L(p) \quad (23)$$

De modo que si ocurre un desplazamiento hacia la derecha en la expresión (23), se puede argumentar que la nueva distribución del ingreso de acuerdo a Son (2004 *op cit.*) se denomina curva de dominancia de segundo orden<sup>16</sup>.

Utilizando el teorema de Atkinson (1987) se establece el vínculo entre la curva de dominancia de segundo orden y las medidas de pobreza  $P(z,y)$ :

$$\Theta = \int_0^z P(z,y) f(y) dy \quad (24)$$

Donde  $f(y)$  es la función de densidad del ingreso y  $z$  representa el valor de la línea de pobreza y se satisfacen las siguientes relaciones:

$$\frac{\partial P}{\partial y} < 0, \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} > 0 \text{ y } P(z,z)=0. \quad (25)$$

Asumiendo que  $P(z,y)$  es una función homogénea de grado cero en  $z$  y  $y$ <sup>17</sup>.

Son afirma que a partir del teorema de Atkinson se demuestra que cuando  $\Delta[\mu L(p)] \geq 0$  para todo valor de  $p$  se satisface que  $\Delta p \leq 0$  para cualquier valor de la línea de pobreza ( $z$ ) y para todos los índices  $P(z,y)$  que cumplan la expresión (25).

<sup>16</sup> La condición de dominancia de segundo orden para una medida de pobreza se define de la manera siguiente: Dadas dos distribuciones A y B con funciones de distribución FA y FB que dan cuenta del déficit de ingreso de los pobres, si la curva A en todos sus puntos se ubica por encima de la curva B para todos los valores de la línea de pobreza, se dice que A domina a B en segundo orden. En este caso se comprueba que la Pobreza (A) > Pobreza (B) para todas las medidas de pobreza que dan cuenta de la profundidad de la pobreza como la brecha de ingreso o su valor al cuadrado o para cualquier transformación monótona y todos los valores de las líneas de pobreza (Atkinson *op cit.* (1987) y Foster y Shorrocks (1988 *op cit.*)).

<sup>17</sup> Se dice que una función es homogénea de grado r si multiplicando cada una de las variables independientes por una constante j el valor de la función se altera en la proporción  $j^r$ ; es decir,  $f(jx_1, jx_2, \dots, jx_n) = j^r f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Por otra parte, se reconoce que los índices FGT satisfacen las condiciones impuestas por la ecuación (17).



El mismo teorema permite afirmar que cuando la curva de Lorenz generalizada (*CLG*) se desplaza hacia arriba (abajo) es posible aseverar de manera categórica que la pobreza declina (se incrementa), lo cual se satisface para todos los índices de pobreza definidos a partir de la expresión (24) y todos los valores de la línea de pobreza. Estos resultados se utilizan para definir las curvas de crecimiento de la pobreza.

A partir de la representación de la curva de Lorenz utilizando la expresión (22) es posible obtener el porcentaje de ingreso retenido por el percentil  $p$  utilizando la siguiente expresión:

$$L(p) = \frac{\mu_p P}{\mu} \quad (26)$$

En donde  $\mu_p$  representa el ingreso medio del percentil  $p$ . De esta manera, aplicando logaritmos en ambos lados de la ecuación (26) se tiene que:

$$\ln(\mu_p) = \ln[\mu L(p)] - \ln(p) \quad (27)$$

Asimismo, computando la primera diferencia –periodos 1 y 2- a partir de la ecuación (27) se obtiene la siguiente expresión:

$$\ln(\mu_{p_2}) - \ln(\mu_{p_1}) = \{\ln[\mu L(p_2)] - \ln[\mu L(p_1)]\} - [\ln(p_2) - \ln(p_1)] \quad (28)$$

Que se representa por medio de<sup>18</sup>:

$$\Delta \ln[L(\mu_p)] = \Delta \ln[\mu L(p)] \quad (29)$$

$$g(p) = \Delta \ln[\mu L(p)] \quad (30)$$

En donde  $g(p) = \Delta \ln(\mu_p)$  representa la tasa de crecimiento del ingreso medio de las personas ubicadas en el percentil  $p$  ordenadas de acuerdo a su ingreso y los valores de  $g(p)$  se ubican entre 0 y 100.

A partir de estos valores de  $g(p)$  para todo  $p$  ubicados entre 0 y 100 se construye lo que Son denomina las **curvas de crecimiento de la pobreza (Poverty Growth Curve, PGC)**.

Cuando se confirma que  $g(p) > 0$  [ $g(p) < 0$ ] para todo valor de  $p$  se acredita de manera categórica que la pobreza se ha reducido (aumentado) en un periodo determinado.

De acuerdo con Son (2004 *op cit.*) la ecuación (30), que representa la **PGC**, puede reescribirse de la manera siguiente:

$$g(p) = g + \Delta \ln[L(p)] \quad (31)$$

En donde  $g = \Delta \ln(\mu)$  equivale a la tasa de crecimiento del ingreso medio de toda la población<sup>19</sup> y se satisface que  $p=100$  y  $g(p)=g$  debido a que  $\Delta L(p) = 0$  en  $p=100$ .

Cabe notar que a partir de la ecuación (31) se computa la tasa de crecimiento ( $g(p)$ ) de cada percentil a partir de la tasa de crecimiento del ingreso total ( $g$ ) ajustada por un factor de corrección basado en los cambios observados en la curva de Lorenz  $\Delta \ln L(p)$  de cada percentil.

<sup>18</sup> Observe que la segunda parte de la ecuación (28) es igual a cero ya que el valor de  $p$  representa a un percentil determinado y asume por tanto el mismo porcentaje en los periodos que se comparan.

<sup>19</sup> A partir de la definición de la curva de Lorenz generalizada se tiene que  $g(p)$  se puede escribir como:  $\frac{\mu_{1p}}{\mu_{0p}} = \frac{\mu_1 L_1(p)}{\mu_0 L_0(p)}$  en

donde el ingreso medio de cada percentil se representa como el producto del ingreso medio de la distribución y la curva de Lorenz de cada percentil  $[L(p)]$ . De esta manera, tomando logaritmo en ambos lados y reagrupando de manera conveniente se tiene que:  $\ln(\mu_{1p}) - \ln(\mu_{0p}) = \ln[\mu L_1(p)] - \ln[\mu_0 L_0(p)]$

Como se señala más adelante, el indicador propuesto por RCH y el derivado por S se consideran casos particulares de una medida más general de índices propobre desarrollado por Essama-Nssah (2004) que se sustenta en un marco conceptual que tiene en cuenta objetivos sociales en la medición de la calidad del crecimiento.

A partir de la ecuación (31) se afirma que el crecimiento se califica propobre si se verifica que  $g(p) > g$  para todo valor de  $p < 100$  debido a que en este caso la curva de Lorenz se desplaza hacia arriba [ $L(p) > 0$ ] para todo valor de  $p$ .

Por su parte, cuando se confirma que  $0 < g(p) < g$  para toda  $p < 100$  la pobreza se puede reducir pero esta tendencia se acompañaría por incrementos en la desigualdad [ $L(p) < 0$  para toda  $p$ ] que corresponde a una de las nociones de crecimiento propobre acorde con la teoría del “*chorreo*” de Kuznets. Es decir, estamos en presencia de una trayectoria de crecimiento que reduce la pobreza pero entrega proporcionalmente mayores beneficios a los no pobres.

Finalmente, en caso de que como resultado del crecimiento se observe que  $g(p) < g$  para todo valor de  $p < 100$  es posible afirmar que el desempeño de la economía expandió la tasa de crecimiento a costa de pauperizar a los pobres lo cual podría generar aumentos en la pobreza y también de la desigualdad; es decir, estaríamos en presencia de un crecimiento generador de pobreza (*immiserizing growth*) (Bhagwati (1988 *op cit.*)).

Una de las motivaciones del trabajo de Son (2004 *op cit.*) fue proponer una medida (*PGC*) que superara las falencias que a su juicio presenta el indicador propuesto por Ravallion y Chen (2001 *op cit.*) (*GIC*). En ese sentido, la autora examina las diferencias entre las curvas *PGC* y *GIC* de la manera en que se describe a continuación.

Asumimos que  $x_p$  representa el ingreso *per capita* observado en el *p-ésimo* percentil el cual puede expresarse como el producto del ingreso medio de la sociedad y la primera derivada de la curva de Lorenz:

$$x_p = \mu L'(p) \quad (32)$$

En donde  $L'(p)$  representa la primera derivada de la curva de Lorenz  $L(p)$  y  $\mu$  el ingreso medio de toda la sociedad.

Si a la expresión (32) se le aplica logaritmos de ambos lados de la igualdad y posteriormente se obtiene la primera diferencia se tiene que:

$$r(p) = g + \Delta \ln[L'(p)] \quad (33)$$

Que representa la tasa de crecimiento del ingreso del *p-ésimo* percentil ya que se demuestra que  $r(p) = \Delta \ln(x_p)$  equivale a la curva de incidencia del crecimiento (*GIC*) de Ravallion y Chen (2001 *op cit.*). En la medida de que el desplazamiento hacia arriba de esta curva sea importante se generará mayor reducción de la pobreza; es decir, el crecimiento será en favor de los pobres.

Cabe notar que  $g(p) = g$  cuando  $p = 100$  lo cual equivale a obtener la tasa de crecimiento promedio del ingreso de toda la sociedad ( $\mu$ ). En este sentido, en la medida de que la tasa de crecimiento de los distintos percentiles se ubique por encima (abajo) del valor medio ( $g$ ) se podrá argumentar a favor (en contra) del crecimiento propobre. Asimismo, cuando la curva *GIC* tenga pendiente negativa, sobre todo en los tramos de ingreso asociados a los estratos pobres, se estará en presencia de un crecimiento propobre.

Las principales diferencias que a juicio de Son existen entre las *PGC* y las curvas *GIC* de Ravallion y Chen se describen a continuación:

Las curvas *GIC* se generan a partir del criterio de dominancia estocástica de primer orden que evalúa los desplazamientos hacia arriba de la función de distribución acumulada del ingreso entre dos periodos, en tanto que las *PGC* se sustentan en el criterio de dominancia de segundo orden a partir de comparar las curvas de Lorenz generalizadas. En la medida que se cumplan las condiciones de segundo orden los resultados de las *GIC* serán menos concluyentes que los que se obtengan con las curvas *PGC*.

Se sabe que la dominancia de primer orden implica la de segundo pero que la relación inversa no se satisface. Esto significa que si se certifica la condición de dominancia de primer orden más frecuentemente será satisfecha la condición de segundo orden, y los resultados generados a partir de las *PGC* serán más concluyentes que los que se puedan obtener a partir de las curvas propuestas por *RCH*.

No obstante, cabe notar que en la medida de que a partir de las curvas *GIC* se obtengan resultados conclusivos no será necesario recurrir al indicador *PGC* por lo que en este caso los resultados de las *GIC* serán más robustos que los generados a partir de las curvas *PGC*. Sin embargo, Son (2004 *op cit.*) afirma que es frecuente que no se cumpla la dominancia de primer orden por lo que será necesario examinar las curvas *PGC*.

Asimismo, Son también argumenta acerca de las diferencias que se pueden presentar en los resultados debido al error que se genera al utilizar estimadores puntuales del ingreso cuando se computan las curvas *GIC* y las medidas de tendencia central por percentil que se requieren para estimar las *PGC*.

Finalmente, Son afirma que las *PGC* están sustentadas en la estimación de la tasa de crecimiento del ingreso medio hasta el percentil  $p(g(p))$  por lo que están sujetas a menos errores de estimación. Asimismo, indica que se pueden estimar a partir de grupos de hogares formados a partir de quintiles o deciles.

## **E. Marco analítico para evaluar dominancia estocástica de las medidas propobre. Duclos y Wodon (DW, 2004)**

Duclos y Wodon (2004) inician su investigación preguntándose si el crecimiento es bueno para los pobres y en qué sentido este puede ser calificado propobre, y señalan que estas preguntas deben responderse con herramientas analíticas que vayan más allá de las relaciones estadísticas tradicionales que se manifiestan entre la evolución del ingreso y sus determinantes.

Las razones que esgrimen los autores es que la utilidad de las medidas estadísticas depende de la variabilidad de su impacto sobre la situación de los pobres, al tiempo que afirman que este tipo de mediciones invariablemente dependen de juicios de carácter normativo que generalmente son discutibles.

Lo anterior es especialmente cierto para las medidas propobre que utilizan como criterio el cambio en la tasa de incidencia de la pobreza, debido a que la variabilidad de este indicador no tiene en cuenta lo que ocurre con los pobres y los cambios más importantes en la magnitud de la pobreza dependerán de la proporción de personas que se ubiquen en torno al umbral de pobreza ( $z$ ).

Asimismo, se pueden presentar situaciones en que la pobreza decline y al mismo tiempo se genere un impacto adverso en el nivel de vida de los pobres. También se percibe la sensibilidad de los indicadores al umbral de pobreza seleccionado y es posible que el ingreso de los pobres se incremente en la misma magnitud que el ingreso total y que su impacto evidencie un comportamiento errático entre países dependiendo de la densidad de población en torno a la línea de pobreza.

Duclos y Wodon (2004, *op cit.*) afirman que existen diversas maneras de verificar si los cambios en la distribución de una función de bienestar satisfacen el criterio de dominancia estocástica de primer orden en favor de los pobres.

Para demostrar lo anterior desarrollaron un marco analítico sustentado en un conjunto amplio de axiomas y teoremas que dan cuenta de las condiciones que deben satisfacer las medidas propobre a partir de un enfoque relativo y absoluto.

Los aspectos más relevantes del marco analítico desarrollado por DW se presentan a continuación.

Sea  $y_1 = (y_1^1, y_2^1, \dots, y_{n_1}^1)$ , el vector de ingresos en el momento 1 y  $y_2 = (y_1^2, y_2^2, \dots, y_{n_2}^2)$  el correspondiente al tiempo 2 con muestras de tamaños  $n_1$  y  $n_2$  respectivamente, y el interés es conocer la evolución del crecimiento entre  $t_1$  y  $t_2$  utilizando las distribuciones del ingreso observadas  $y_1$  y  $y_2$ .

Para lograr lo anterior se requiere definir un estándar relativo –también se puede definir en términos absolutos– el cual se genera a partir de la tasa de crecimiento del ingreso ( $I+g$ ) que da cuenta

del cambio en el nivel de vida de las personas y se computa mediante el cociente entre  $y_2$  y  $y_1$  o a partir del cociente entre los ingresos equivalentes igualmente distribuidos o la mediana de los ingresos.

Si  $z > 0$  representa la línea de pobreza y  $W(y_1, y_2, g, z)$  se define como una función de evaluación que califica si el crecimiento fue propobre a partir de la diferencia entre las funciones  $\Pi(y_1, z)$  y  $\Pi^*(y_2, 1+g, z)$  que difieren debido a que en la segunda función se involucra el estándar  $(1+g)$  se obtiene que:

$$W(y_1, y_2, g, z) \equiv \Pi^*(y_1, 1+g, z) - \Pi(y_2, z) \quad (34)$$

A partir de la expresión (34) DW miden el cambio de  $y_1$  y  $y_2$  como propobre si se cumple que  $W(y_1, y_2, g, z) \leq 0$ .

Se observa que el cambio en  $W$  dependerá de la manera en que se elijan  $z$ ,  $\Pi$  y  $\Pi^*$ , por lo que DW se encargan de examinar las condiciones que deben satisfacer los parámetros asociados a  $W$  para lo cual definen los siguientes axiomas.

- i) Axioma de Focalización en los pobres (1): Se definen  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  y  $\dot{y} = [\min(y_1, z), \min(y_2, z), \dots, \min(y_n, z)]$ . Entonces  $W(y, y_2, g, z) = W(\dot{y}, y_2, g, z)$ . Este axioma es muy importante y da cuenta del interés por centrar el análisis exclusivamente en la evolución del ingreso de los pobres.
- ii) Cabe notar, no obstante, que las valoraciones acerca de la evolución del bienestar de los pobres no se hacen con independencia de los no pobres, debido a que el cambio de la distribución del ingreso se valora a partir de los cambios en el valor de  $g$ .
- iii) Axioma de Invarianza a población (2): Este axioma establece que el índice no debe modificarse cuando el tamaño de la población se multiplica por un factor  $k$ . Es decir, generar una réplica de la población  $y_j$ ,  $j=1,2$  (la distribución inicial y final) no debe modificar el valor de  $W$ .
- iv) Axioma de simetría o anonimato (3): Dada una población de tamaño  $n$  con vector de ingresos  $y$ , y  $M$  una matriz de permutaciones de  $n \times n$  tal que  $\dot{y} = My'$ , se satisface que  $W(y, y_2, g, z) = W(\dot{y}, y_2, g, z)$ . Este axioma indica que una distribución  $\dot{y}$  se puede obtener a partir de otra  $y$  mediante una permutación de  $y$ . Es decir, si dos personas de la población intercambian su ingreso la función  $W$  debe permanecer invariante y no se afectan los juicios de valor acerca de la calidad del crecimiento. Este axioma viola el principio de eficiencia de Pareto que en el contexto de análisis significa que el lograr un crecimiento propobre no debiera afectar el bienestar de ningún miembro de la sociedad.
- v) Axioma de Monotonidad (4): Sea  $y$  un vector de ingresos y  $\varepsilon > 0$  una constante positiva de tal manera que  $\dot{y} = (y_1, \dots, y_j + \varepsilon, \dots, y_n)$  y se tiene que  $W(y_1, y, g, z) \geq W(y_1, \dot{y}, g, z)$ . Este axioma establece que si una distribución  $\dot{y}$  se puede obtener a partir de otra  $y$  aumentando (reduciendo) el ingreso de un individuo, entonces la función de bienestar propobre inicial (que utiliza  $y$ ) es mayor al valor generado por la distribución final ( $\dot{y}$ ). Es decir, si los ingresos se incrementan,  $W$  no debe mejorar y en ocasiones su valor puede reducirse.
- vi) Axioma de normalización (5): Si no se generan cambios en la distribución del ingreso ( $g=0$ ) la función que mide el crecimiento propobre ( $W$ ) debe ser neutral y permanecer constante; es decir, la función es invariante ante la evolución del ingreso y no generar cambios en  $W = (y, y, 0, z) = 0$ .
- vii) Axioma asociado al estándar de bienestar relativo propobre (6): Uno de los axiomas más importantes planteados por DW guarda relación con el estándar relativo utilizado para juzgar la calidad del crecimiento, a propósito de la definición utilizada por Kakwani y Pernia (2000,

*op cit.*) la cual señala que el crecimiento propobre debe necesariamente mostrar un sesgo en favor de los pobres.

- viii) Considere dos distribuciones de ingreso  $y$  (inicial) y  $\dot{y}$  (final) de tamaño  $n$  y sus respectivos estándares  $g$  y  $\dot{g}$ . Asimismo, suponemos que se observa  $y/(1+g) = \dot{y}/(1+\dot{g})$  entonces  $y$  y  $\dot{y}$  deben ser calificados como propobres por la función  $W$  sin tener en cuenta la distribución inicial ( $y_1$ ) de modo que se cumple  $W(y_1, y, g, z) = W(y_1, \dot{y}, \dot{g}, z)$  para cualquier vector  $y_1$ .

A partir de los axiomas anteriores los autores definen una primera clase de funciones de evaluación propobre  $\Omega^1(g, z^+)$  para todas las funciones  $W = (\dots, g, z)$ , la cuales satisfacen los siguientes axiomas: focalización de los pobres, población, anonimato, monotonicidad, normalización y estándar relativo para  $z < z^+$ .

Para examinar las distintas alternativas que identifican —intuitivas, computacionales o estadísticas— DW definen  $Q^j(p)$  como la distribución cuantil de la función  $F^j$  que se expresa de la manera siguiente:

$$Q^j(p) = \inf \{s \geq 0 \mid F^j(s)\} \quad p \in [0,1] \quad (35)$$

Para una función de densidad del ingreso estrictamente positiva  $Q(p)$  se obtiene como la inversa de la función de distribución  $F(p)$  ( $Q(p) = F^{-1}(p)$ ) y representa el ingreso del individuo ubicado en el percentil  $p$ .

Por otra parte, la función cuantil normalizada por  $F^j$  se representa como:

$$\bar{Q}^j(p) = \frac{Q^j(p)}{(1+g)} \quad (36)$$

Y  $(1+g)$  representa la modificación en el nivel de vida que se desea generar para el grupo de personas pobres; por ejemplo, la tasa de cambio en su ingreso medio.

Por su parte, la brecha de la pobreza para el percentil  $p$  se representa como:

$$d^j(p) = z^{-1} \max(0, (z - Q^j(p))) \quad (37)$$

Si se satisface el criterio de dominancia estocástica de primer orden relativo para los índices propobres de Duclos y Wodon (2004 *op cit.*), se cumple que la tasa de crecimiento del ingreso del percentil  $p$  es mayor que  $g$  que se represente por medio de:

$$\frac{Q^2(p) - Q^1(p)}{Q^1(p)} \geq g \quad (38)$$

De acuerdo a la notación utilizada por DW **la curva de incidencia de la pobreza (GIC)** propuesta por Ravallion y Chen (2001, *op cit.*) para verificar la evolución del ingreso de los pobres se representa por medio de<sup>20</sup>:

$$\Gamma(p) = \frac{Q^2(p) - Q^1(p)}{Q^1(p)} \quad (39)$$

Por otra parte, se define la brecha acumulada de ingreso para el percentil  $p$  como:

<sup>20</sup> Duclos y Wodon (2004, *op cit.*) las denominan alternativamente como curvas de crecimiento del ingreso (IGC).

$$G^j(p, z) = \int_0^p d^j(q, z) dq \quad (40)$$

Mientras que la curva de Lorenz generalizada para el percentil  $p$  está dada por:

$$C^j(p) = \int_0^p Q^j(q) dq \quad (41)$$

De modo que se cumple la condición de dominancia estocástica de segundo orden propobre para la curva de Lorenz generalizada si se satisface:

$$\lambda(p) = \frac{C^2(p) - C^1(p)}{C^1(p)} \geq g, \forall p \in [0, \bar{F}^2(z^+)] \quad (42)$$

La ecuación (42) es una manera equivalente propuesta por DW para escribir las curvas **Pro-Poor Incidence Curve (PIC)** propuestas por Son (2004, *op cit.*)<sup>21</sup>. No obstante, DW identifican tres diferencias entre las curvas de Son y las que ellos proponen. Primera, Son no condiciona la comparación de las curvas de Lorenz tradicional y las generalizadas para las personas con ingreso por debajo del límite superior de la línea de pobreza ( $z^+$ ). La segunda diferencia es que Son únicamente considera las funciones de evaluación de pobreza aditivas y tercera esta autora asume un enfoque relativo en el estándar propobre ( $I+g$ ) a partir del cociente entre los ingresos medios en los periodos que se comparan.

## F. Evaluación del crecimiento propobre a partir de funciones de bienestar social ponderadas de Essama-Nssah (ESN, 2004)

Essama-Nssah (2004 *op cit.*) propone un marco de referencia para evaluar la calidad del crecimiento bajo la lógica de la evaluación social, en el sentido de que toda medida de política debiera fijarse objetivo sociales y disponer de indicadores para evaluar la eficacia de la acción pública, teniendo como referencia los criterios definidos en el estudio de redistribución con crecimiento elaborado por Chenery *et al.* (1974).

ESN señala que toda política social debe evaluarse a partir de los progresos individuales y colectivos que le genera a la sociedad, para lo cual es necesario disponer de criterios e indicadores que permitan medir el impacto social de las políticas públicas.

En ese sentido, suponga que  $x_k$  representa el indicador de bienestar del  $k$ -ésimo individuo que se utiliza para evaluar el progreso social de las personas (*e.g.* ingreso o consumo), a partir del cual se computa un indicador agregado ( $W(x)$ ) como un promedio ponderado de toda la población utilizando pesos sociales ( $w_k$ ) asociados a cada persona.

$$W(x) = \sum_{k=1}^n w_k x_k \quad (43)$$

De esta forma, el cambio en el indicador de bienestar del individuo  $k$  entre los periodos 0 y 1 se representa por medio de  $\Delta x_k = (x_{1k} - x_{0k})$ , de manera que la modificación en el bienestar total se obtiene como la suma ponderada de los cambios individuales:

$$\Delta W(x) = \sum_{k=1}^n w_k \Delta x_k \quad (44)$$

<sup>21</sup> Cabe recordar que Son (2004, *op cit.*) las denomina *Poverty Growth Curves (PGC)*.

A partir de la expresión anterior la tarea es determinar la manera en que se deben asignar los pesos a la función de bienestar agregado, para lo cual se pueden adoptar un enfoque minimalista o total (Essama-Nssah, 2004 *op cit.*).

Si se imponen restricciones mínimas a los pesos –enfoque minimalista– un amplio conjunto de criterios de evaluación cumplirán la condición de que el crecimiento genera cambios sociales. Suponiendo la restricción de que los pesos no deben ser negativos, si como resultado del crecimiento mejora la situación de al menos un individuo sin empeorar la de cualquier otro, el proceso de desarrollo se calificara adecuado y se cumplirá el principio de Pareto que asume que  $\Delta x_k \geq 0$  para todo valor de  $k$ .

Essama-Nssah afirma que este criterio no es adecuado para evaluar programas focalizados en materia de reducción de la pobreza, y que al computar las curvas *GIC* de Ravallion y Chen (2001 *op cit.*) se puede recurrir a criterios de dominancia para evaluar si el crecimiento ha resultado en beneficio de los pobres.

Para corroborar esta afirmación se comprueba que:

$$\Delta x_k \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x_{1k}}{x_{0k}} \geq 1 \quad (45)$$

Asimismo, utilizando el hecho de que el ingreso de una distribución es igual al valor promedio ( $\mu$ ) multiplicado por la primera derivada de la curva de Lorenz ( $L'(p)$ ) se tiene que la ecuación (45) se puede escribir en términos de la distribución acumulada de  $p$  cuando todas las observaciones son tratadas en forma simétrica:

$$\Delta x_k \geq 0 \Leftrightarrow \frac{\mu_1 * L'_1(p)}{\mu_0 * L'_0(p)} \geq 1 \quad (46)$$

Definiendo la tasa de crecimiento del ingreso en el  $p$ -ésimo percentil con  $g(p)$  y aprovechando que la función logarítmica es una transformación monótonica del ingreso, se demuestra que la curva de incidencia del ingreso (*GIC*) de RCH se puede representar por medio de:

$$g(p) = \gamma + \Delta \ln L'(p) \quad (47)$$

En donde  $\gamma = \Delta \ln(\mu)$  es la tasa de crecimiento del ingreso medio de la distribución y  $g(p)$  la del ingreso del percentil  $p$ , y se computa como la suma de la variación en el ingreso medio corregida por los cambios observados en la curva de Lorenz de cada percentil; es decir, el factor de ajuste del crecimiento se obtiene a partir de los cambios en la pendiente de la curva de Lorenz.

ESN señala que en la ecuación (47)  $g(p) > \gamma$  sólo en el caso de que se cumpla que la pendiente de la curva de Lorenz se incremente con el tiempo ( $\Delta \ln L'(p) > 0$  para todo valor de  $p$ ) y se verifica el cumplimiento del principio de Pareto cuando  $g(p) > 0 \forall p$ .

Lo anterior significa que la distribución acumulada del ingreso en el segundo periodo se ubicará por encima de la obtenida en el primero cumpliendo el criterio de dominancia de primer orden. Es decir, la incidencia de la pobreza en el segundo periodo alcanzará a lo más el nivel observado en el periodo inicial, y cuando la curva sea estrictamente creciente será posible afirmar que el crecimiento fue propobre a partir de un conjunto amplio de indicadores de pobreza.

En este sentido, observe que la ecuación (47) es otra manera de escribir las *GIC* propuestas por Ravallion y Chen (2001 *op cit.*) en donde los pesos asignados a cada percentil son iguales a la unidad.

En el caso de que  $g(p)$  sea una función decreciente de  $p$  todas las medidas de desigualdad que satisfagan el criterio de transferencia de Pigou-Dalton generarán reducciones en la inequidad.

Como fue señalado en la expresión (21) la tasa de crecimiento propobre de Ravallion y Chen (*PPGR*) es igual al área bajo la curva *GIC* normalizada por la incidencia de la pobreza en el periodo

inicial ( $H_I$ ). Asimismo, la *PPGR* se puede computar multiplicando la tasa de crecimiento del ingreso medio  $\gamma$  por un factor de ajuste que se calcula como el cociente entre el cambio en el índice de pobreza de Watts observado entre el cambio en ese indicador cuando ha ocurrido una transformación neutral en el crecimiento (Ravallion, 2004).

En este sentido, la tasa de crecimiento propobre será mayor a la ordinaria cuando el crecimiento del ingreso reduzca la pobreza. De lo contrario, será menor o igual a la tasa de crecimiento promedio y si las curvas *GIC* cambian de signo no será posible conocer qué sucedió con la pobreza a partir del crecimiento observado.

En términos de bienestar significa seleccionar ponderadores no negativos y adyacentes que satisfagan la siguiente condición  $(w_{k-1} - w_k) \geq 0$ , de modo que los supuestos sean consistentes con el principio de transferencia de Dalton.

De acuerdo a Mayshar y Yitzhaki (1995) el cambio en el indicador de impacto descrito por la ecuación (44) se puede expresar como un promedio ponderado:

$$\Delta W(w) = \sum_{k=1}^n \Delta_k = (w_k - w_{k+1})cmx_k + w_n cmx_n \quad (48)$$

En donde  $cmx_k$  representa la función acumulada del ingreso y se computa por medio de  $cmx_k = \sum_{i=1}^k \Delta x_i$  y  $\Delta x_k = cmx_k - cmx_{k-1}$  y se demuestra que este cambio satisface el principio de Dalton si se cumple que  $cmx_k \geq 0 \forall k$ .

En Essama-Nssah (2004 *op cit.*) se señala que lo anterior es equivalente a:

$$\sum_{i=1}^k \Delta x_i \geq 0 \text{ para toda } k \Leftrightarrow \sum_{i=1}^k x_{1k} \geq \sum_{i=1}^k x_{0k} \forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (49)$$

y para su interpretación se recurre a la definición de la curva de Lorenz generalizada que se representa como:

$$L(\mu, p) = \mu L(p) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^j x_k = p\mu_p \quad (50)$$

y se cumple que  $L(\mu, 0) = 0$  y  $L(\mu, 1) = 1$  y  $\mu_p$  representa el ingreso medio del  $p\%$  de la población.

Esto permite afirmar que el bienestar se incrementará en la medida de que la curva de Lorenz generalizada en el periodo final se ubique en todos los puntos por encima de la curva inicial, con lo cual se satisface la condición de dominancia estocástica de segundo orden que cumplen las curvas de pobreza (*Poverty Growth Curve, PGC*) propuestas por Son (2004, *op cit.*).

A partir de la expresión (50) una mejora en el sentido de Dalton inducida por el proceso de desarrollo se representa por medio de:

$$\frac{\mu_{1p}}{\mu_{0p}} = \frac{\mu_1 L_1(p)}{\mu_0 L_0(p)} \geq 1 \quad (51)$$

Si en la expresión anterior se le aplica logaritmos de ambos lado de la igualdad y los términos se agrupan de manera conveniente, se demuestra que la *PGC* propuestas por Son (2004, *op cit.*) para el percentil  $p$  se pueden representar como la suma de la tasa de crecimiento del ingreso medio de toda la población  $\gamma$  ajustada por un factor que da cuenta de la corrección del crecimiento por cambios en la desigualdad los cuales se representan a partir de las modificaciones en la curva de Lorenz ( $L(p)$ ).



$$g(p) = \gamma + \Delta \ln(L(p)) \quad (52)$$

En caso de que  $g(p) > 0$  se comprueba que la pobreza declina, en tanto que cuando el factor de corrección es mayor que la tasa de crecimiento del ingreso medio  $\gamma$  además de la reducción de la pobreza se manifestarán reducciones en el nivel de desigualdad.

Cabe observar que en el factor de corrección por desigualdad todas las observaciones tienen la misma importancia relativa y por lo tanto su peso es igual a la unidad.

Tanto en el caso de las curvas *GIC* como en las *PGC* la aproximación minimalista que se aplica para su derivación relaciona el criterio de Pareto y Dalton con los principios de dominancia estocástica de primero y segundo orden respectivamente, a partir de la comparación de las curvas de Lorenz en distintos periodos de tiempo.

No obstante, pueden presentarse situaciones en donde el criterio de dominancia de primero y segundo orden no se cumpla, lo cual estaría dando cuenta de un ordenamiento parcial de las distribuciones y se generarían intersecciones en uno o más puntos de las curvas comparadas.

En este sentido, el enfoque total requiere imponer restricciones a los pesos que se asignan a los individuos. Una manera de asignarlos es a partir de la función de distribución acumulada utilizando el ordenamiento de las observaciones de acuerdo a su nivel inicial de bienestar.

Sea  $p_k$  la proporción de personas con un nivel de ingreso (consumo) menor o igual a  $x_k$  y de acuerdo a Yitzhaki (1983) los pesos se pueden escribir de la manera en que se presenta a continuación:

$$w_k(v) = v(1 - p)^{v-1} \quad (53)$$

en donde  $v$  se interpreta como un indicador de aversión a la desigualdad.

Por su parte, las derivadas de primero y segundo orden se obtienen como:

$$\frac{\partial w_k(v)}{\partial p_k} = -v(v-1)(1-p)^{v-2} \quad (54)$$

$$\frac{\partial^2 w_k(v)}{\partial^2 p_k} = v(v-1)(v-2)(1-p)^{v-3} \quad (55)$$

Cuando  $v = 1$  se comprueba que todos los pesos son constantes e iguales a la unidad y ambas derivadas son iguales a cero, indicando que la función de evaluación social es indiferente a lo que ocurra en materia de equidad. Por su parte, en caso de que  $v = 2$  se comprueba que la pendiente de la función de ponderadores es igual a -2 por lo que sus valores declinan monotónicamente desde 2 hasta 0.

El comportamiento monotónico de los pesos respecto de  $p_k$  permite definir un punto de corte tal que las personas cuya ubicación (rango) es menor que el punto de corte reciben una ponderación mayor que 1 pero a lo más igual a  $v$ , en tanto que a la persona ubicada en el punto de corte se le asigna un peso de 1 y cualquier otra persona tendrá un ponderador menor que 1 y al mejor se le asigna un valor igual a 0.

Los puntos de corte se obtienen a partir de solucionar la siguiente ecuación

$$v(1 - p)^{v-1} = 1 \quad (56)$$

Que en términos de  $p$  se escribe como:

$$P^* = 1 - \left[ \frac{1}{v} \right]^{1/(v-1)} \quad (57)$$

Con esta información se puede utilizar la ecuación (54) y Essama-Nssah deriva **la tasa de crecimiento propobre  $g(v)$**  (*Rate of the Pro-Poor Growth, RPPG*), como una suma ponderada de los puntos de curva de incidencia de la pobreza (GIC) teniendo en cuenta cambios en el parámetro  $v$ .

$$g(\nu) = \sum_{k=1}^n w_k(\nu) \Delta \ln x_k = \nu \sum_{k=1}^n (1-p_k)^{\nu-1} \Delta \ln x_k \quad (58)$$

Que a su vez se puede reescribir de la misma manera como se expresaron las *GIC* de Ravallion y Chen y las *PGC* de Son.

$$g(\nu) = \gamma + \sum_{k=1}^n w_k(\nu) \Delta \ln L'(p) \quad (59)$$

De esta manera la tasa de crecimiento propobre propuesta por Essama-Nssah se escribe como la tasa de crecimiento del ingreso medio de la población ajustada por un factor que da cuenta del cambio ponderado de la pendiente de la curva de Lorenz en los distintos tramos de la distribución del ingreso.

Cabe señalar que el aporte de ESN es definir un marco conceptual y axiomático unificado para el análisis del crecimiento propobre en el cual se tiene en cuenta el bienestar individual y a partir de un conjunto de axiomas propone computar las curvas de cambios en la pobreza vinculando la tasa de crecimiento del ingreso de toda la sociedad, ajustada por los cambios ponderados observados en materia de desigualdad.

Así, logra conceptualizar las curvas de crecimiento de la pobreza de RCH, S y ESN a partir del cambio en el ingreso medio de la sociedad ajustando la pendiente de la curva de Lorenz ((RCH), la curva de Lorenz generalizada (S) y en la primera derivada de la curva de Lorenz ponderada por un parámetro de aversión a la desigualdad.

## G. Los índices de crecimiento propobre y las consideraciones de orden ético de Bibi (B, 2005)

En el trabajo de Bibi (2005) se investiga la distribución ideal del ingreso que conduce a la reducción de la pobreza, a partir de definir el valor de una línea de pobreza ( $z$ ) y los índices de la familia FGT de la manera siguiente:

$$P_{\alpha}^t(p) = \int_0^p \left( \frac{z - y^t(\rho)}{z} \right)^{\alpha} d\rho \quad (60)$$

En donde  $y(\rho)$  representa la función del ingreso del percentil  $\rho$ ,  $y^t(\rho)$  el ingreso observado en el percentil  $\rho$  en el tiempo  $t$ . Asimismo,  $g_0^t(y)$  representa la tasa de crecimiento del ingreso  $y$  de toda la sociedad durante el periodo  $t$  y  $t-1$ .

En la notación de Bibi  $P_0(\cdot) = p$  representa la incidencia de la pobreza,  $P_1(\cdot)$  la brecha de pobreza normalizada que da cuenta de la intensidad de la pobreza, en tanto que  $P_2(\cdot)$  permite conocer la severidad de la pobreza a partir de elevar al cuadrado de la brecha de ingresos de los pobres.

De acuerdo a las distintas acepciones del término el crecimiento propobre se requiere que los cambios marginales en la pobreza se generen a partir de una variación positiva en el ingreso de las personas, de tal manera que le permita a algunos de ellos escapar de la pobreza; es decir:

$$g_0^t(z(p)) \geq 0 \quad (61)$$

En este contexto, el índice que da cuenta de la incidencia de la pobreza no es adecuado ya que no considera lo que sucede dentro del grupo de pobres y por tanto no satisface el axioma de monotonicidad de Sen (1976), lo que sugiere examinar como alternativa la brecha de ingreso normalizada de los pobres:

$$g_1^t(p) = \frac{\int_0^p y^t(\rho) d\rho}{\int_0^p y^{t-1}(\rho) d\rho} - 1 \geq 0 \quad (62)$$

No obstante, de acuerdo a Bibi (2005, *op cit.*) este indicador no distingue entre la tasa de crecimiento que aumenta el ingreso de los pobres de aquella que mejora los recursos de los que no son tan pobres. Es decir, satisface el axioma de foco y el de monotonicidad pero no el de transferencia de ingresos.

Una manera de resolver el dilema anterior se logra a partir de la propuesta de Atkinson (1970) vinculando una medida social del bienestar con la desigualdad. De esta manera, se define  $\Gamma_\alpha^t(p)$  como el *ingreso equivalente igualmente distribuido (IEID)* que representa el monto de recursos que asignado por igual a todos los individuos del percentil  $p$  generaría el mismo valor de pobreza que el que se obtendría con la actual distribución del ingreso y se computa en función del parámetro de aversión a la pobreza de los índices *FGT*.

El valor del *IEID* utilizando la ecuación (60) de acuerdo a Bibi se representa por medio de:

$$\Gamma_\alpha^t(p) = z * [1 - (\frac{P_\alpha^t(p)}{p})^\alpha] \quad \text{para } \alpha \geq 1 \quad (63)$$

En donde  $P_0(\cdot) = p$  y para que el valor generado por la expresión (63) se considere a favor de los pobres se debe cumplir:

$$g_\alpha^t(p) = \frac{\Gamma_\alpha^t(p)}{\Gamma_\alpha^{t-1}(p)} - 1 \geq 0 \quad \forall \alpha \geq 1 \quad (64)$$

La expresión (64) representa la tasa de crecimiento propobre  $g_\alpha^t(p)$  y no depende de la evolución del ingreso de los no pobres lo cual está en consonancia con el axioma de foco asociado al parámetro  $\alpha$ . Asimismo, el axioma de monotonicidad se satisface para  $\alpha \geq 1$  y para el cumplimiento del axioma de transferencia se requiere que  $\alpha > 1$ .

De esta manera, el interés es descomponer el impacto total del crecimiento económico en la pobreza a partir de la variación en el ingreso cuando la desigualdad no cambia y el efecto desigualdad se obtiene manteniendo invariante el ingreso.

Para  $\alpha > 1$ , y con el propósito de evaluar cambios regresivos en la distribución del ingreso, es importante examinar las diferencias entre los indicadores  $\Gamma_1^t(p)$  y  $\Gamma_\alpha^t(p)$  y una manera natural de hacerlo es a partir de la siguiente expresión:

$$E_\alpha^t(p) = \frac{\Gamma_\alpha^t(p)}{\Gamma_1^t(p)} \quad \forall \alpha \geq 1 \quad (65)$$

Por lo que de acuerdo a la expresión (65) una manera alternativa de expresar la tasa de crecimiento propobre es:

$$g_\alpha^t(p) = g_1^t(p) + g_0^t[E_\alpha(p)] \quad \forall p \geq 1 \quad (66)$$

En donde  $g_1^t(p)$  se identifica con el efecto crecimiento, en tanto que  $g_0^t[E_\alpha(p)]$  representa el efecto desigualdad a partir de la especificación de la función de pobreza propuesta por Kraay (2004) que identifica tres fuentes de variación del crecimiento propobre; i) la tasa de crecimiento del ingreso medio,

ii) la sensibilidad del índice de pobreza a la tasa de crecimiento del ingreso medio, y iii) el crecimiento relativo del ingreso.

Conforme a lo anterior Bibi (2005, *op cit.*) propone medir el **crecimiento propobre** a partir del siguiente índice:

$$\psi'_\alpha(p) = \frac{g'_\alpha(p)}{g'_1(p)}, \alpha \geq 0 \quad (67)$$

Cuando el interés se centra únicamente en la erradicación de la pobreza el crecimiento se considera que no es altamente a favor de los pobres si  $\psi'_\alpha(p) \geq 1$ .

Utilizando la ecuación (66) la expresión (67) se puede reescribir como:

$$\psi'_\alpha(p) = 1 + \frac{g'_0(E_\alpha(p))}{g'_1(p)}, \alpha \geq 1 \quad (68)$$

De acuerdo a Bibi la interpretación de la ecuación (68) se realiza a partir de los siguientes criterios:

- i) Si  $\psi'_\alpha(p) < 0$  la tasa de crecimiento del ingreso será altamente regresiva. Es decir, en favor de los no pobres y en contra de los pobres.
- ii) Si  $0 < \psi'_\alpha(p) < 1$  esto significa que no obstante a que el crecimiento haya beneficiado a los pobres se generarán aumentos en el nivel de inequidad; es decir, se observa que  $g'_0(E_\alpha(p)) < 0$ .
- iii) En el caso de que  $\psi'_\alpha(p) = 1$  estaremos en presencia de una distribución que es neutral al crecimiento propobre. Esto ocurre cuando  $g'_0(E_\alpha(p)) = 0$  y significa que la pobreza absoluta sólo decrece como resultado de la tasa de crecimiento igualmente distribuido entre los pobres.
- iv) Cuando  $\psi'_\alpha(p) > 1$  se comprueba que el crecimiento ha sido a favor de los pobres, lo que se comprueba al observar que  $g'_0(E_\alpha(p)) > 0$  lo cual indica que proporcionalmente los pobres se beneficiaron más del crecimiento que los no pobres.

## H. Un nuevo índice propobre y una nueva medida de desigualdad, Son y Kakwani (SK, 2006)

A partir de los trabajos de KP y S, Son y Kakwani (2006) (SK) desarrollaron una nueva medida de crecimiento propobre a partir de las curvas *PGC* de Son (2004) y un nuevo indicador de desigualdad.

La idea que sustenta el trabajo de SK es ajustar la tasa de crecimiento del ingreso de la economía por un factor de corrección que tiene en cuenta la evolución de la desigualdad a partir de un nuevo índice que se sustenta en el teorema de Atkinson (1987, *op cit.*).

Sea  $y$  el ingreso de una persona una variable aleatoria con función de distribución  $F(y)$  de manera que  $y(p) = F^{-1}(p)$  representa el ingreso del percentil  $p$  cuando las observaciones son ordenadas en forma creciente de acuerdo al valor de  $y$ .

De esta forma, la curva de Lorenz, que representa el porcentaje de ingreso acumulado por el  $p$  por ciento de la población, se representa como:

$$L(p) = \frac{1}{\mu} \int_0^p y(q) dq \quad (69)$$

En donde  $\mu = \int_0^1 y(q) dq$  es el ingreso medio de toda la distribución y además se verifica que la curva de Lorenz ( $L(p)$ ) satisface las condiciones impuestas por Kakwani (1980, *op cit.*) que se describieron en el apartado IV.4.

A partir de las definiciones asumidas por KP se afirma que la tasa de crecimiento de la economía (del ingreso) es propobre si como resultado del proceso de crecimiento los pobres disfrutaron proporcionalmente mayores beneficios que los no pobres. En este contexto, se verifica que la desigualdad declina lo cual se manifiesta a partir de las modificaciones observadas en la curva de Lorenz y se puede afirmar categóricamente que el crecimiento fue a favor de los pobres si se comprueba el desplazamiento hacia arriba de la curva de Lorenz; es decir, cuando ocurre que  $\Delta L(p) \geq 0$  para todo valor de  $p$ .

Por otra parte, también se constata que cuando la curva de Lorenz generalizada  $\mu L(p)$  se desplaza hacia arriba se acredita la dominancia estocástica de segundo orden y a partir del teorema de Atkinson (1987 *op cit.*) se puede establecer un vínculo entre los cambios en la pobreza y las modificaciones en la curva de Lorenz generalizada que satisfacen las condiciones impuestas por las ecuaciones (24) y (25) y se demuestra que si  $\Delta(\mu L(p)) \geq 0$  para toda  $p$  entonces  $\Delta\Theta \leq 0$  para todos los valores e índices de pobreza que se representan en la ecuación (24).

Lo anterior permite afirmar sin ambigüedad que la pobreza se incrementa (declina) si se verifica un desplazamiento hacia abajo (arriba) de la curva de Lorenz generalizada.

Por definición la curva de Lorenz representa el porcentaje de ingreso retenido por el  $p\%$  de la población y se escribe como  $L(p) = \frac{\mu_p P}{\mu}$  y el valor de  $\mu_p = \frac{1}{p} \int_0^p y(q) dq$  es el ingreso promedio estimado para el  $p\%$  de la población.

A partir de lo anterior, aplicando logaritmos de ambos lados de la ecuación (26) se obtiene la expresión (27) y si a esta se le computa la primera diferencia y los términos se agrupan de manera conveniente se arriba a la ecuación (28) que representa el valor de la tasa de crecimiento del ingreso del percentil  $p$  por medio de  $g(p) = \Delta \ln(\mu L(p))$ , en donde  $g(p) = \Delta \ln(\mu_p)$  representa la curva de crecimiento del ingreso ( $PGC$ ) propuesta por Son (2004, *op cit.*).

Utilizando el teorema de Atkinson se tiene que si  $g(p) > 0$  ( $g(p) < 0$ ) para todo valor de  $p$  y se puede afirmar de manera categórica que la pobreza disminuye (aumenta) entre dos periodos. Asimismo, en el caso de que las  $PGC$  se desplacen hacia arriba (abajo) se comprueba la reducción (aumento) de la pobreza, lo cual permite que SK utilicen el área bajo la curva  $PGC$  como medida del crecimiento propobre y a partir de esta idea proponen una nueva medida como:

$$\gamma^* = \int_0^1 g(p) dp = \int_0^1 \Delta \ln(\mu L(p)) dp \quad (70)$$

Que puede reescribirse de la manera siguiente y representa el **índice propuesto por SK**:

$$\gamma^* = \gamma - \Delta \ln(G^*) \quad (71)$$

donde  $\gamma$  representa la tasa de crecimiento del ingreso promedio de toda la población

$$\gamma = \Delta \ln(\mu) \quad (72)$$

y  $\Delta \ln(G^*)$  la tasa de cambio de una nueva medida de desigualdad propuesta por los autores.

Esta **nueva medida relativa de desigualdad  $G^*$**  se representa como:

$$\ln(G^*) = \int_0^1 [\ln(p) - lp(L(p))]dp \quad (73)$$

En caso de que  $G^*$  se reduzca (aumente) la tasa de crecimiento propobre será mayor ( $\gamma^* > \gamma$ ) que la tasa de crecimiento del ingreso de toda la sociedad, lo cual se expresará por la evolución de la medida de desigualdad. Por su parte, si  $G^*$  aumenta se verifica que  $\gamma^* < \gamma$ .

De esta manera, el crecimiento será en favor de los pobres si existe una ganancia en la tasa de crecimiento del ingreso de los pobres ( $\gamma^* > 0$ ) y en contra de los pobres en caso de que se reporten pérdidas en su ingreso ( $\gamma^* < 0$ ).

Cabe notar que la medida propuesta por SK sigue la lógica conceptual desarrollada por ESN en el sentido de que a la tasa de crecimiento del ingreso de toda la sociedad se le aplica un factor de ajuste el cual da cuenta de la manera en que ha evolucionado la desigualdad, en donde todos los tramos de la distribución del ingreso tienen el mismo peso por lo cual admite una representación similar a la que se describe en la ecuación (62) para identificar las PGC de Son.

Una ventaja de la nueva medida de crecimiento propobre y de desigualdad es que se puede computar a partir de datos agrupados; por ejemplo, deciles de ingreso.

## I. Nueva medida de desigualdad y de crecimiento propobre de Kakwani, Neri y Son (KNS, 2006)

Suponga que  $y$  representan el ingreso de las personas y representan una variable aleatoria con función de densidad  $f(y)$  por lo que el ingreso medio de toda la población se define como.

$$\mu = \int_0^{\infty} yf(y)dy \quad (74)$$

Por otra parte, el desempeño de un país en materia de evolución del ingreso se evalúa a partir de la tasa de crecimiento  $\gamma$  mediante la siguiente expresión:

$$\gamma = \Delta \log(\mu) \quad (75)$$

Se reconoce que el crecimiento genera efectos diferenciales en los distintos segmentos de la sociedad y que su evolución se explica por i) la tasa de crecimiento del ingreso medio ( $\gamma$ ) y ii) la manera en que los beneficios del crecimiento se reparten en la población.

De esta manera, de acuerdo a Kakwani y Pernia (2000 *op cit.*) para efectuar el seguimiento de la pobreza es importante evaluar los efectos del crecimiento en la distribución del ingreso y no sólo la evolución del ingreso medio, por lo que es necesario examinar la interrelación entre estas tres variables.

Una manera de lograr este objetivo de acuerdo con Kakwani, Neri y Son (2006) se logra especificando una función que asigne mayor peso a la utilidad de los pobres que aquella que se allegan los no pobres.

Así, supongamos que  $u(y)$  es la función de utilidad la cual satisface las condiciones de concavidad y además es creciente en  $y$ , de manera que se define una clase general de funciones de bienestar social de la siguiente forma.

$$W = \int_0^{\infty} u(y)w(y)f(y)dy \quad (76)$$

en donde  $w(y)$  representa la utilidad asignada al individuo con ingreso  $y$ . Uno de los problemas de la función propuesta es que no se mantiene invariante ante transformaciones positivas de la función de bienestar social. Así, utilizando la idea de Atkinson (1970 *op cit.*) KNS proponen una nueva métrica monetaria asociada a la función de bienestar denotada por  $y^*$  que satisface que.

$$W = u(y^*) = \int_0^{\infty} u(y)w(y)f(y)dy \quad (77)$$

En donde  $y^*$  se define como el ingreso equivalente equitativamente distribuido si para todo individuo de una sociedad le genera el mismo nivel de bienestar social que la distribución del ingreso observada.

A partir de los anterior, para operacionalizar el concepto propobre es necesario especificar la forma de  $u(y)$  y  $w(y)$ . Lo primero se logra definiendo como función de utilidad el logaritmo del ingreso observado de modo que  $u(y)=\log(y)$  que cumple con las propiedades de ser creciente en  $y$  y cóncava.

Por su parte, la función de ponderadores  $w(y)$  da cuenta de la privación relativa que se observa en los pobres respecto de los no pobres y en la medida de que sea mayor el nivel de privación mayor será su valor, por lo que  $w(y)$  debe ser una función decreciente de  $y$  y se debe satisfacer la siguiente propiedad.

$$\int_0^{\infty} w(y)f(y)dy = 1 \quad (78)$$

Una manera de dar cuenta del grado de privación se logra asumiendo que el nivel individual de privación depende del número de personas que tienen un nivel de bienestar mayor al observado en un individuo determinado, y en este caso la asignación de los pesos se logra a partir de:

$$w(y) = 2[1 - F(y)] \quad (79)$$

En donde  $F(y)$  representa la función de distribución del ingreso y a partir de  $w(y)$  se supone que la privación relativa de una persona con ingreso  $y$  es proporcional a la proporción de individuos que reportan ingresos superiores y además de ser una función decreciente de  $y$  satisface la ecuación (76).

Sustituyendo los valores de  $u(y)$  y  $w(y)$  en la expresión (77) tenemos que:

$$\log(y^*) = 2 \int_0^{\infty} [1 - F(y)] \log(y) f(y) dy \quad (80)$$

KNS escriben la expresión anterior como:

$$\log(y^*) = \log(\mu) - \log(I) \quad (81)$$

donde  $I$  se define como una nueva medida de desigualdad y se computa por medio de:

$$\log(I) = 2 \int_0^{\infty} [1 - F(y)] [\log(\mu) - \log(y)] f(y) dy \quad (82)$$

Tomando diferencias en la expresión (75) se tiene que:

$$\gamma^* = \Delta \log(y^*) = \Delta \log(\mu) - \Delta \log(I) = \gamma - g \quad (83)$$

en donde  $\gamma^*$  representa la tasa de crecimiento de la nueva métrica monetaria ( $y^*$ ) asociada a la función de bienestar y KNS la proponen como una nueva medida para evaluar el crecimiento propobre,  $\gamma$  la tasa de crecimiento del ingreso medio  $\mu$  y  $g$  es la tasa de crecimiento de la medida de desigualdad  $I$  propuesta por KNS.

De esta manera, la ecuación (83) describe el patrón de crecimiento vinculando la tasa de crecimiento del ingreso medio y la manera en que los beneficios se distribuyen en la sociedad.

Si se observa que  $g$  es positiva el crecimiento se acompaña por el incremento de la desigualdad y en estas circunstancias se tiene que  $\gamma^* < \gamma$  y se genera una pérdida en el crecimiento debido al aumento de la desigualdad.

Por su parte, cuando  $g < 0$  implica que a consecuencia del crecimiento la inequidad declinó y por tanto se comprueba que  $\gamma^* > \gamma$  lo cual sugiere que existe una mayor tasa de crecimiento debido a que mejoró el registro de desigualdad.

Así, el crecimiento se define como propobre (en contra de los pobres) si existe ganancia (pérdida) en la tasa de crecimiento de su ingreso.

La manera de operacionalizar el concepto se describe a continuación. Sea  $f_{jt}$  la frecuencia relativa del hogar  $j$  en el tiempo  $t$  que se computa como el cociente entre el factor de expansión  $w_{jt}$  y la suma de todos los ponderadores  $\sum_{j=1}^n w_{jt}$ . De esta manera, si  $y_{jt}$  representa el ingreso *per capita* del hogar  $j$  se tiene que el ingreso medio de la distribución se obtiene por medio de:

$$\mu_t = \sum_{j=1}^n f_{jt} y_{jt} \quad (84)$$

Si se dispone de información para dos periodos (1 y 2) la tasa de crecimiento del ingreso se representa por medio:

$$\gamma_t = \Delta \log(\mu_t) \quad (85)$$

De esta manera, para computar la función de bienestar definida en (82) se requiere conocer la función de distribución del ingreso  $F(y)$  para el  $j$ -ésimo hogar en el año  $t$ .

Si los hogares son ordenados de acuerdo a su ingreso un estimador insesgado de la ecuación (82) se puede obtener por medio de:

$$p_{it} = \sum_{i=1}^j (f_{it} - f_{jt}) / 2 \quad (86)$$

Sustituyendo la ecuación (86) en la (82) se obtiene un estimador de la métrica monetaria ( $y^*$ ) asociada a la función de bienestar:

$$\log(y^*) = 2 \sum_{j=1}^n f_{jt} (1 - p_{jt}) \log(y_{jt}) \quad (87)$$

El cual permite computar **la tasa de crecimiento propobre del ingreso equivalente igualmente distribuido ( $y^*$ )** entre periodos.

$$\gamma^* = \Delta \log(y_t^*) \quad (88)$$

De acuerdo a lo anterior el crecimiento se calificará como propobre (anti-pobre) si  $\gamma^*$  es mayor (menor) que  $\gamma$ .



## J. El índice propobre de Warr (W, 2006)

En Warr (2006) se desarrollan argumentos que cuestionan la utilidad práctica de los indicadores que califican el crecimiento a favor de los pobres propuestos por KP y RCH, y a partir del marco analítico que permite descomponer el cambio de la pobreza en los efectos crecimiento y desigualdad se propone una nueva medida de pobreza.

Warr define la pobreza en función al ingreso medio de la sociedad ( $\bar{Y}$ ) y el nivel de desigualdad ( $I$ ) de la manera siguiente:

$$P = (\bar{Y}, I) \quad (89)$$

De manera que el cambio en el índice de pobreza se computa diferenciando la ecuación (89) respecto del ingreso medio y el índice de desigualdad, y dividiendo ambos lados por el valor de  $P$  lo que genera la siguiente expresión:

$$p = \eta_{PY}y + \eta_{PI}I \quad (90)$$

En donde  $p = dP/P$ ,  $y = d\bar{Y}/\bar{Y}$ ,  $i = dI/I$  representan el cambio proporcional en la tasa de pobreza, el ingreso medio y el nivel de inequidad respectivamente. Asimismo,  $\eta_{PY}$  y  $\eta_{PI}$  son las elasticidades pobreza-ingreso, manteniendo constante la inequidad, y el coeficiente de elasticidad pobreza-desigualdad con el ingreso constante.

Supóngase que el objetivo de la política es maximizar la reducción de la pobreza absoluta. En este sentido, la ecuación (90) puede definirse como una función de utilidad y en la medida que se reduzca la pobreza se obtendrán mayores niveles de utilidad.

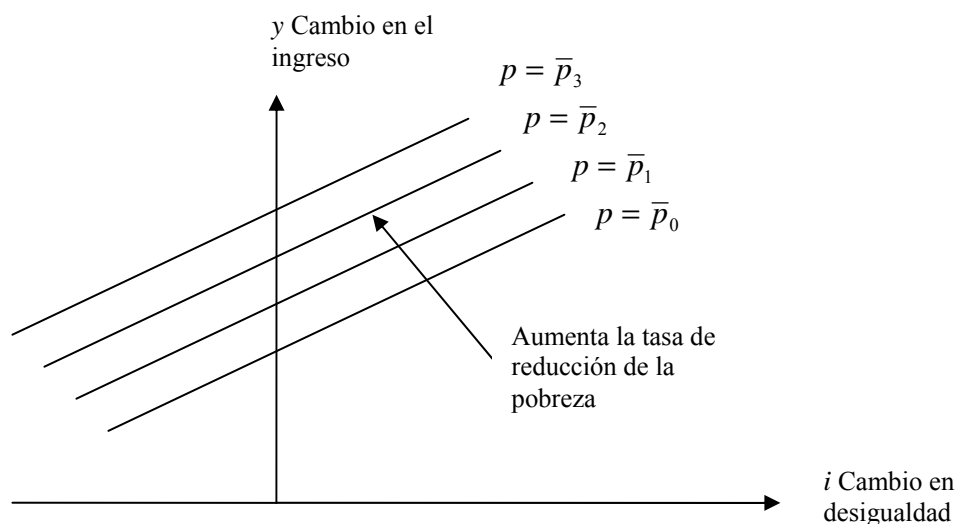
Manteniendo constante el lado izquierdo de la ecuación (90) (tasa de reducción de la pobreza  $\bar{p}$ ) se define una curva de indiferencia que da cuenta de las distintas combinaciones de crecimiento del ingreso y cambios en la inequidad que generan el mismo nivel de utilidad entendido a partir de la reducción de la tasa de pobreza y que se representa con la ecuación (90) y se ilustra en el diagrama 2.

$$y = \frac{\bar{p}}{\eta_{PY}} - i \frac{\eta_{PI}}{\eta_{PY}} \quad (91)$$

El diagrama 2 permite observar las tasas de reducción de la pobreza que se obtienen a partir de diferentes combinaciones que generan los cambios en el ingreso per capita y el nivel de desigualdad.

Así, en la medida de que se transita de la curva inicial ( $p = \bar{p}_0$ ) a otra superior ( $p = \bar{p}_3$ ) se generan mayores reducciones de la pobreza y la pendiente de cada una de estas curvas se obtiene como el cociente de las elasticidades pobreza-desigualdad y pobreza-ingreso ( $\eta_{PI}/\eta_{PY} < 0$ ) que se conoce como la tasa marginal de sustitución, y de que de acuerdo a Kakwani (1997) da cuenta del esfuerzo que se debe hacer en materia de crecimiento económico para lograr la reducción de la pobreza, por cada punto porcentual que cae la pobreza ante una reducción de la misma proporción en el nivel de inequidad.

**DIAGRAMA 2**  
**EFFECTOS CRECIMIENTO Y DESIGUALDAD EN LA REDUCCIÓN DE LA POBREZA**



Fuente: Warr (2006).

Según Warr la representación gráfica de las curvas de indiferencia permite a los analistas y diseñadores de políticas elegir entre distintas opciones cuando el propósito es maximizar la tasa de reducción de la pobreza (véase la diagrama 3).

Es evidente que cada punto de la curva representa distintas opciones de política y que su aplicación depende de las condiciones de cada país en materia de ingreso, pobreza y nivel de desigualdad. Asimismo, las decisiones están asociadas a la manera en que el Estado y la sociedad conciben el bienestar y a la prioridad que se otorgue a la equidad como principio ético y moral para promover el desarrollo económico y social.

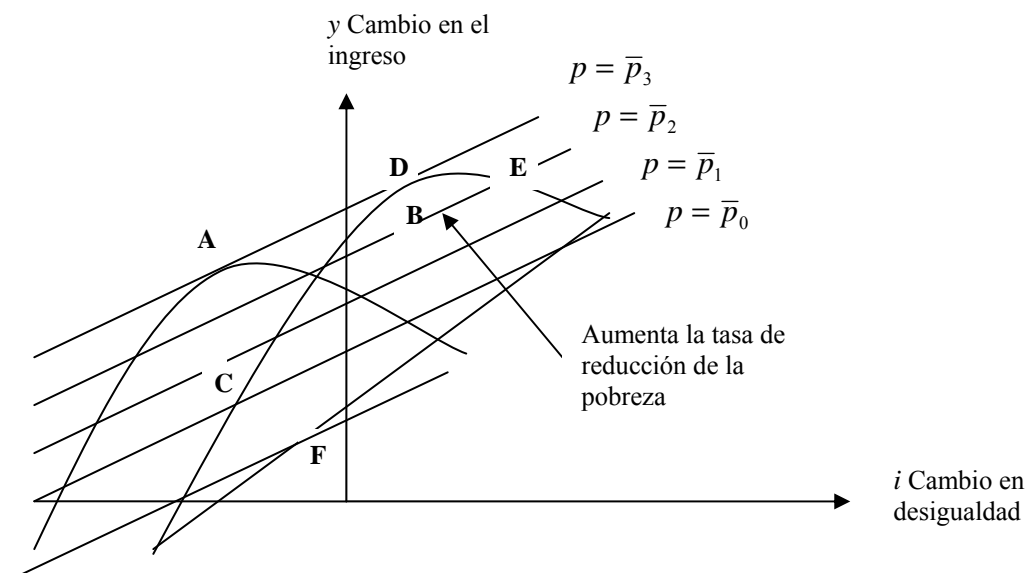
Observe que en el punto **A** se representa una mejora en la equidad con incrementos en el ingreso pero no se logra maximizar la tasa de reducción de la pobreza. En el punto **D**, por su parte, se maximiza la caída de la pobreza a partir del aumento del ingreso pero en este escenario se deteriora la distribución del ingreso.

Las opciones que se muestran en el diagrama 3 permiten, por tanto, apreciar las alternativas que se pueden explorar para maximizar la reducción de la pobreza al tiempo que dan cuenta de que la evolución de esta depende del ingreso y el nivel de inequidad.

De esta manera, dividiendo ambos lados de la ecuación (90) por  $p$  se comprueba que la reducción de la pobreza involucra distintos componentes: las elasticidades pobreza-ingreso ( $\eta_{PY}$ ) y pobreza-desigualdad ( $\eta_{PI}$ ), así como el cambio en el ingreso ( $y$ ) y la desigualdad ( $i$ ) y se representa como se muestra a continuación:

$$\eta_{PY} \left( \frac{y}{p} \right) + \mu_{PI} \left( \frac{i}{p} \right) = \pi_y + \pi_i = 1 \quad (92)$$

**DIAGRAMA 3**  
**MAXIMIZANDO LA REDUCCIÓN DE LA POBREZA**



Fuente: Warr (2006).

De la ecuación anterior se comprueba que el índice propobre propuesto por Kakwani y Pernia se puede representar como el inverso de  $\pi_y$ :

$$\phi = \frac{1}{\pi_y} = \frac{1}{(1 - \pi_i)} = \frac{p}{(p - \eta_{pi}i)} = \frac{p}{\eta_{py}y} \quad (93)$$

Si sustituimos el valor de  $p$  obtenemos:

$$\phi = \frac{(\eta_{py}y + \eta_{pi}I)}{\eta_{py}y} = 1 + \left(\frac{\eta_{pi}i}{\eta_{py}y}\right) \quad (94)$$

$$p = \eta_{py}y(1 + \eta_{pi}i / \eta_{py}y) = \eta_{py}y\phi \quad (95)$$

Lo cual demuestra que el cambio en la tasa de pobreza se puede expresar como el producto de tres componentes: i) La elasticidad pobreza-ingreso ( $\eta_{py}$ ), el cambio en el ingreso *per capita* ( $y$ ) y el índice propobre de KP ( $\phi$ ).

Si tenemos en cuenta que el parámetro  $\eta_{py}$  se puede considerar localmente contante se afirma que el cambio en la tasa de pobreza depende de la evolución del ingreso ( $y$ ) y la calidad del crecimiento expresado a partir del índice de Kakwani y Pernia ( $\phi$ ), lo que significa que para maximizar la tasa de reducción de la pobreza se requiere alcanzar una combinación adecuada de crecimiento con sesgo hacia los más pobres. Es decir, no debe sobredimensionarse la capacidad del crecimiento para reducir la pobreza, pero tampoco deben elegirse opciones de política en donde el objetivo sea desaparecer la desigualdad lo cual significa que  $\phi > 1$ .

A partir de la reflexión anterior Warr propuso una nueva medida para valorar cuando el crecimiento resulta a favor de los pobres reconociendo que cualquier definición necesariamente debe asumirse con el compromiso de lograr la reducción de la pobreza. Asimismo, se menciona que como parte de la estrategia adoptada es necesario impulsar la redistribución del ingreso con el propósito de que

la inequidad no afecte el crecimiento de la economía y esta situación debilite su impacto en la reducción de la pobreza.

No obstante, también afirma que no es adecuado pensar que los cambios progresivos en materia de ingreso, por sí mismos, son suficientes para garantizar la reducción de la pobreza.

Así, a partir de la ecuación (95) y asumiendo que la elasticidad de la pobreza respecto de cambios en el ingreso  $\eta_{PY}$  puede considerarse constante localmente se dividen ambos lados de la ecuación por este parámetro y se obtiene la tasa de crecimiento del ingreso ajustada por un factor compuesto que combina el cambio en la desigualdad ( $i$ ) con la tasa marginal de sustitución ( $\eta_{PI} / \eta_{PY}$ ) y representan la **medida de crecimiento propobre propuesta por Warr** para cualquier índice de pobreza ( $P$ ) y de desigualdad ( $I$ ):

$$y^p = p / \eta_{PY} = y + i(\eta_{PI} / \eta_{PY}) \quad (96)$$

De acuerdo a la expresión anterior el cambio en la desigualdad ajustado por la tasa de crecimiento da cuenta de la magnitud y dirección del cambio en la tasa de pobreza. Por lo que cuando  $i(\eta_{PI} / \eta_{PY}) > 0$  la pobreza debe declinar teniendo en cuenta que  $\eta_{PY} < 0$  y la reducción de la pobreza significa que  $p < 0$ .

Si se examina el término  $i(\eta_{PI} / \eta_{PY})$  que da cuenta del ajuste por desigualdad se observa que si  $\eta_{PI} < 0$  y  $\eta_{PY} < 0$  el factor será negativo si la desigualdad aumenta ( $i > 0$ ) y positivo si declina ( $i < 0$ ).

Warr afirma que multiplicar el cambio en la desigualdad por la tasa marginal de sustitución intuitivamente significa convertir las unidades de cambio en la desigualdad en unidades de cambio en el crecimiento del ingreso.

## **K. Tasa individual de crecimiento propobre y curvas individuales de crecimiento del ingreso de Grimm (G, 2007)**

En el trabajo de Grimm (2007) se presentan argumentos que permiten constatar las falencias conceptuales y de orden práctico que presentan todos los índices desarrollados para medir el crecimiento a favor de los pobres.

En efecto, este autor sostiene que el cumplimiento del axioma de anonimato que habitualmente se asocia con los buenos indicadores de pobreza no resulta adecuado imponerlo a las medidas que tienen como propósito evaluar la calidad del crecimiento a favor de los pobres.

Un ejemplo descrito por Grimm pone en evidencia las limitaciones que enfrentan en la práctica los evaluadores de políticas públicas. Para fijar ideas recordemos que el axioma de anonimato (también llamado de simetría) establece que en una población ordenada en forma ascendente conforme a su ingreso una permutación de dos o más individuos mantiene invariante el valor de los índices de pobreza (desigualdad) que satisfacen esta propiedad.

En este sentido, suponga que una sociedad se divide en dos grupos-pobres y no pobres- en el tiempo  $t$  y que en el tiempo  $t+1$  los pobres incrementan su ingreso hasta un nivel que los equipara con los no pobres en el momento  $t$ , en tanto que el ingreso de los no pobres disminuye hasta el nivel de los pobres en  $t$ . Así, valorando la distribución marginal los indicadores habituales –absolutos y relativos– que se sustentan en el axioma de anonimato calificarían esta evolución en contra de los pobres (*anti-pobres*).

No obstante, es obvio que si el objetivo es que los pobres en el tiempo  $t$  superaran la pobreza en  $t+1$  la evolución del ingreso debiera calificarse como propobre. Este ejemplo ilustra que preservar el

cumplimiento del axioma de anonimato puede generar resultados confusos para los diseñadores y evaluadores de políticas.

A partir de esta evidencia y asumiendo el trabajo de RCH, Grimm indica que la tasa de crecimiento del ingreso del percentil  $p$  se puede escribir como:

$$g_t(p) = \frac{y_t(p)}{y_{t-1}(p)} - 1 \quad (97)$$

O de manera equivalente utilizando las pendientes de la curva de Lorenz y la tasa de crecimiento del ingreso medio de toda la distribución  $\gamma$ :

$$g_t(p) = \frac{L'_t(p)}{L'_{t-1}(p)}(\gamma_t + 1) - 1 \quad (98)$$

A partir de lo anterior las curvas  $GIC$  de RCH se computan modificando el valor de  $p$  desde  $p_1$  hasta  $p_{\max}$ . De esta manera, cuando se desea utilizar la acepción absoluta del concepto propobre se utiliza la tasa de crecimiento ( $RPPG$ ) que en el tiempo  $t$  se computa como el área bajo la curva  $GIC$  desde cero hasta el valor inicial del índice de pobreza en el tiempo  $t-1$  ( $H_{t-1}$ ) dividido por ese mismo valor:

$$RPPG_t = \frac{1}{H_{t-1}} \int_0^{H_{t-1}} g_t(p) dp \quad (99)$$

Se afirma que el crecimiento es propobre en sentido absoluto si  $RPPG_t > 0$  y cuando  $RPPG_t < 0$  se afirma lo contrario. Cabe notar que este indicador se computa a partir de la tasa de crecimiento del ingreso de todos los percentiles hasta el valor de  $H_{t-1}$ , por lo que no es correcto asumirla como la tasa de crecimiento del ingreso medio de los pobres.

Asimismo, el vínculo entre la  $RPPG$  y el índice de pobreza de Watts se manifiesta a partir de escribir este indicador utilizando la función cuantílica:

$$W_{t-1} = \int_0^{H_{t-1}} \log\left[\frac{z}{y_{t-1}(p)}\right] dp \quad (100)$$

Y cuando la expresión anterior se diferencia respecto del tiempo  $t$  se tiene que el área bajo la curva  $GIC$  hasta el valor del índice de pobreza  $H_{t-1}$  es igual a menos el cambio en el índice Watts:

$$-\frac{dW_t}{d_t} = \int_0^{H_{t-1}} \frac{d \log y_t(p)}{dt} = \int_0^{H_{t-1}} g_t(p) dp \quad (101)$$

En el caso discreto el cambio absoluto en el índice de Watts ( $IW$ ) se corresponde con la tasa  $RPPG$  anualizada, por lo que esta propiedad del  $IW$  permite descomponer los cambios de la pobreza en el tiempo.

Por otra parte, cuando se asume el concepto relativo de crecimiento propobre es posible evaluar directamente la evolución de las curva  $GIC$  o también es posible hacerlo comparando la  $RPPG$  con la tasa de crecimiento del ingreso de toda la distribución  $\gamma$ .

Así, si se comprueba que  $g_t(p) > \gamma_t$  toda  $p$  hasta el valor inicial del índice de pobreza  $H_{t-1}$  se afirma, conforme a la definición relativa, que el crecimiento fue propobre y que la desigualdad declina para toda medida de desigualdad que satisfaga el principio de Pigou-Dalton.

Por su parte, si  $g_t(p) < \gamma_t$  para algún valor de  $p$  hasta  $H_{t-1}$  el crecimiento será *anti-pobre*. En este caso, es posible comparar la *IRPPG* con  $\gamma_t$ . Si  $IRPPG > \gamma_t$  el crecimiento se considera propobre en términos relativos y la desigualdad decrece. En caso de que  $IRPPG < \gamma_t$  el crecimiento será *anti-pobre* y la desigualdad se incrementa, en tanto que cuando  $IRPPG = \gamma_t$  se comprueba que todos los ingresos crecen a la misma tasa y la desigualdad se mantiene invariante.

Cuando el concepto relativo se asume en sentido estricto es necesario valorar la calidad del crecimiento en los casos en que  $RPPG > \gamma_t$  y ambos indicadores son menores que cero ( $RPPG < 0$  y  $\gamma_t < 0$ ). Es decir, cuando los ingresos de los pobres se reducen y esto da como resultado el aumento de la pobreza. No obstante, de acuerdo con Duclos y Wodon (2004, *op cit.*) no necesariamente debe ser asociado al concepto relativo propobre.

La construcción de los índices propuestos por RCH asumen que se dispone de información para dos distribuciones, una en el tiempo  $t-1$  ( $F(y_{i,t-1})$ ) y otra en  $t$  ( $F(y_{j,t})$ ) donde  $i$  e  $j$  no necesariamente representan los mismos individuos. Asimismo, se asume que a partir de la información disponible es posible inferir acerca del comportamiento de la distribución conjunta  $F(y_{i,t-1}, y_{i,t})$  para una población fija; es decir, para individuos que no pueden ser ordenado de acuerdo a su nivel de ingreso, ni tampoco respecto de sus características personales de pertenencia al subgrupo  $\Omega_h$  en donde  $h$  representa un criterio de clasificación de  $n$  individuos ( $i=1, \dots, n$ ).

Conforme a lo anterior, suponga que es posible ordenar a los individuos en  $t-1$  y  $t$  de acuerdo a un conjunto de características que les dan sentido de pertenencia al grupo  $\Omega_{p(y_{t-1})}$  definido para las observaciones que pertenecen al percentil de ingreso  $p(y_{t-1})$  en el momento  $t-1$ .

Si se dispone de esta información (datos de panel con un porcentaje de traslape adecuado a nivel de hogares y personas), entonces será posible computar la tasa de crecimiento del percentil  $p$  en los momentos  $t-1$  y  $t$  para el mismo grupo de observaciones:

$$g_t(p(y_{t-1})) = \frac{y_t(p(y_{t-1}))}{y_{t-1}(p(y_{t-1}))} - 1 \quad (102)$$

A partir de la expresión anterior es posible construir las curvas *GIC* de RCH con la diferencia de que en esta oportunidad lo podemos llevar a cabo para el mismo grupo de individuos por lo que Grimm define estas curvas como **Individual Growth Income Curves (IGIC)**.

En el mismo sentido que la *GIC* en el caso de las curvas *IGIC* se obtendrá una línea horizontal cuando  $g_t(p(y_{t-1})) = \gamma_t$  para toda  $p(y_{t-1})$ ; es decir, cuando todas las personas del percentil  $p$  en el tiempo  $t-1$  presenten la misma tasa de crecimiento del ingreso entre  $t-1$  y  $t$ .

Por su parte, si  $g_t(p(y_{t-1})) > 0$  ( $g_t(p(y_{t-1})) < 0$ ) para toda  $p(y_{t-1})$ , entonces se verifica que cada grupo es más rico (pobre) en  $t$  que en  $t-1$ .

A partir de las curvas *IGIC* también es posible computar una tasa de crecimiento propobre que Grimm define como *Individual Rate of Pro-Poor Growth* y se expresa de la manera siguiente:

$$IRPPG = \frac{1}{H_{t-1}} \int_0^{H_{t-1}} g_t(p_{t-1}) dp_{t-1} \quad (103)$$

La *IRPPG* se computa integrando el área bajo la curva *IGIC* para todos los individuos con ingreso por debajo de la línea de pobreza en  $t-1$ , lo que significa incluir a los mismos individuos en  $t-1$  y  $t$  con independencia de su condición de pobreza en el tiempo  $t$  -pobres o no pobres-.

Observe que es posible que en el cómputo se incluyan personas con ingresos superiores al valor de la línea de pobreza en  $t-1$  pero que en el tiempo  $t$  se ubicaron por debajo del umbral de pobreza ( $z$ ), los cuales no deben incluirse en el cálculo de la *IRPPG*.

Es decir, para calcular la *IRPPG* a partir de las curvas *IGIC* se aplica el axioma de focalización que asume que el índice se computa sólo para los pobres; es este caso se refiere a los identificados en esa condición en el periodo  $t-1$ .

De esta manera, el crecimiento será propobre en términos absolutos si se constata que  $IRPPG_t > 0$ ; es decir, si los ingresos de las personas identificadas como pobres en el tiempo  $t-1$  aumentan a una tasa positiva. En caso contrario, si  $IRPPG_t < 0$  los ingresos de los pobres decrecen y el crecimiento se califica como anti-pobre.

Por su parte, el crecimiento propobre en términos relativos se cumple si  $g_t(p(y_{t-1})) > \gamma_t$  para todo  $p(y_{t-1})$  hasta la incidencia de la pobreza en  $t-1$ , en tanto que cuando  $g_t(p(y_{t-1})) < \gamma_t$  para todo  $p(y_{t-1})$  hasta la incidencia de la pobreza en el periodo  $t-1$  se dice que el crecimiento no es a favor de los pobres en términos relativos.

Si  $g_t(p) < \gamma_t$  para alguna  $p(y_{t-1})$  bajo la línea de pobreza en  $t-1$  y cuando ocurre que  $g_t(p) < \gamma_t$  para alguna  $p(y_{t-1})$  por debajo del umbral de pobreza en  $t-1$ , entonces el crecimiento no es propobre conforme a la definición relativa.

Si  $g_t(p) < \gamma_t$  para alguna  $p(y_{t-1})$  bajo la línea de pobreza en  $t-1$  y  $g_t(p) > \gamma_t$  para alguna  $p(y_{t-1})$  bajo la línea de pobreza en  $t-1$ , entonces no hay evidencia suficiente para afirmar que el crecimiento ha sido a favor de los pobres en términos relativos. En este caso, la  $IRPPG_t$  puede ser comparada con la tasa de crecimiento del ingreso medio de toda la distribución  $\gamma_t$  y si se cumple que  $IRPPG_t > \gamma_t$  el crecimiento será propobre, en tanto que en caso contrario ( $IRPPG_t < \gamma_t$ ) será anti-pobre en términos relativos.

No obstante, a partir del uso de las curvas *IGIC* no se cumple que si  $g_t(p(y_{t-1}))$  es una función creciente (decreciente) para toda  $p(y_{t-1})$  la desigualdad se reduce para todas las medidas de desigualdad que satisfacen el principio de transferencia de ingresos de Pigou-Dalton, debido a que las personas en el tiempo  $t$  no son ordenadas en forma creciente de acuerdo a su ingreso.

Es decir, la comparación de dos curvas *IGIC* refleja la transición entre la distribución observada en el periodo  $t-1$  y  $t$ , evaluando el crecimiento del ingreso teniendo en cuenta el reordenamiento de los individuos en la distribución del ingreso. De alguna manera la movilidad social y la transición de los pobres hacia un estatus fuera de la pobreza.

## L. Tasa de crecimiento equivalente (TCE) de Kakwani y Son (KS, 2008)

Kakwani y Son (2008) desarrollaron una nueva medida de pobreza denominada Tasa de Pobreza Equivalente (*Poverty Equivalent Growth Rate, PEGR*) a partir del trabajo de Kakwani y Pernia (2000 *op cit.*).

Esta nueva medida tiene en cuenta la tasa de crecimiento del ingreso así como la manera en que los beneficios se distribuyen entre los pobres y no pobres. A diferencia de los indicadores presentados con anterioridad, la *PEGR* cumple con la propiedad de que la reducción de la pobreza es una función creciente del índice propobre ya que a medida de que se incrementa el valor de la *PEGR* se observa una mayor reducción en el nivel de pobreza.

En este sentido, la maximización de la *PEGR* significa a su vez maximizar la reducción de la pobreza, por lo que esta medida puede utilizarse como indicador de seguimiento para la evaluación de impacto de las políticas sociales que ubiquen como su principal objetivo maximizar el crecimiento a favor de los pobres, como una estrategia básica para lograr la reducción de la pobreza y satisfacer el cumplimiento de una de las metas más importantes identificadas en los ODM's.

La *PEGR* se puede calcular para los índices de la familia *FGT* y para el índice de Watts. De hecho, se demuestra que la *PEGR* puede ser computada con todas las medidas aditivas de pobreza y a diferencia del índice de *RCH* satisface el axioma de monotonicidad.

Sustentado en el trabajo de Kakwani y Pernia (2000 *op cit.*) que proponen un índice relativo de crecimiento propobre como el cociente de la elasticidad crecimiento de la pobreza entre la elasticidad del crecimiento neutral relativo de la pobreza, Kakwani y Son (2007 *op cit.*) definen un proceso de crecimiento absolutamente propobre cuando los pobres reciben en términos absolutos igual o más beneficios absolutos que los no pobres.

En este sentido, se asume que la desigualdad absoluta debe declinar como resultado del crecimiento del ingreso, y utilizando la idea de KP se introduce el concepto de elasticidad del crecimiento neutral absoluto de la pobreza y se define la elasticidad de la pobreza respecto del crecimiento cuando los beneficios se reparten de manera proporcional en todos los individuos de la sociedad.

Sea  $\Theta$  un índice de pobreza que se puede escribir en función del ingreso y su función de densidad y del valor de la línea de pobreza ( $z$ ) como se muestra en la ecuación (24), en donde  $P(z,y)$  es una función homogénea de grado cero en  $z$  y  $y$  tal que se cumplen las condiciones impuestas por la ecuación (25).

Así, KS definen el índice propobre en términos absolutos por medio de:

$$\varphi^* = \frac{\eta}{\eta_g^*} \quad (104)$$

En donde:

$$\eta_g^* = \frac{\mu}{\Theta} \int_0^H \frac{\partial P}{\partial y} dy \quad (105)$$

Representa la elasticidad ingreso de la pobreza (Kakwani, 1993) que da cuenta del cambio en la pobreza ante una variación del 1% en el ingreso manteniendo constante el nivel de desigualdad absoluto.

KS afirman que es posible demostrar que la magnitud absoluta de  $\eta_g^*$  es siempre mayor que la magnitud absoluta de  $\eta_g$ , lo que implica que la reducción de la pobreza siempre será mayor cuando se asignen iguales beneficios absolutos a las personas en lugar de entregarles iguales beneficios en términos relativos para un mismo nivel de crecimiento del ingreso.

La aseveración anterior se considera la diferencia más importante entre la *PEGR* de KS y el índice *PPIG* propuesto por KP, ya este último indicador se orienta a evaluar los cambios relativos en materia de desigualdad, en tanto que la *PEGR* tiene mayor vocación por examinar lo que sucede con los cambios absolutos en materia de inequidad.

A juicio de KS ni el índice  $\varphi$  ni tampoco  $\varphi^*$  son suficientes para explicar los cambios propobre, ya que ambos indicadores únicamente informan de la manera en que los beneficios del crecimiento se distribuyen en la población asumiendo criterios relativos y absolutos en materia de equidad.

En ese sentido, para conocer la manera en que el crecimiento afecta la pobreza se requiere de un indicador que tenga en cuenta la tasa de crecimiento en el ingreso medio y la forma en que los beneficios



se asignan a los distintos segmentos de la sociedad, lo que se utiliza para definir la tasa de crecimiento equivalente de pobreza *Poverty Equivalent Growth Rate, PEGR*.

Es decir, se requiere computar una tasa de crecimiento  $\gamma^*$  (*PEGR*) que genere el mismo cambio proporcional en la pobreza que se hubiera manifestado a partir de la tasa de crecimiento del ingreso observado  $\gamma$ , en caso de que como resultado del proceso de desarrollo no se hubiesen provocado cambios en el nivel relativo de equidad; es decir, cuando todas las personas reciben proporcionalmente los mismos beneficios.

El cambio en la pobreza generado por la tasa de crecimiento observada está dado por  $\delta\eta_g$ , en donde  $\eta_g$  representa la elasticidad de crecimiento de la pobreza. En caso de que el crecimiento se hubiera distribuido de manera neutral en un sentido relativo (sin cambios relativos en el registro de desigualdad), entonces la tasa de crecimiento  $\gamma^*$  hubiera logrado producir un cambio proporcional en la tasa de pobreza igual a  $\eta_g^* \gamma^*$  que sería equivalente a  $\eta\gamma$ .

De esta manera, el indicador *PEGR* ( $\gamma^*$ ) se obtiene como se muestra a continuación:

$$\gamma^* = \left(\frac{\eta}{\eta_g}\right)\gamma = \phi\gamma \quad (106)$$

Cabe notar que  $\gamma^*$  se computa a partir del producto del índice *PPIG* de KP ( $\phi$ ) ajustado por la tasa de crecimiento del ingreso de toda la sociedad ( $\gamma$ ); es decir, se trata de un indicador compuesto que, además de considerar los cambios en el ingreso, tiene en cuenta la manera en que los beneficios del modelo de desarrollo adoptado se distribuyeron entre los distintos sectores de la población.

Otra manera de representar la *PEGR* se muestra a continuación:

$$\gamma^* = \frac{\int_0^H \frac{\partial P}{\partial x} x(p) g(p) dp}{\int_0^H \frac{\partial P}{\partial x} x(p) dp} \quad (107)$$

Lo que permite afirmar que la *PEGR* representa el promedio ponderado de la tasa de crecimiento del ingreso de los distintos percentiles entre el cambio total en la pobreza asociado a las variaciones del ingreso total, en donde el valor de los ponderadores depende del índice de pobreza que se utilice.

Asimismo, la *PEGR* se interpreta como la tasa de crecimiento que generaría el mismo nivel de reducción de la pobreza que un nivel de expansión del ingreso observado, en la medida que como resultado del proceso de desarrollo no se produjera cambios en el nivel de desigualdad.

El examen de la relación entre la tasa de crecimiento observada  $\gamma$  y la ajustada  $\gamma^*$  permite calificar la calidad del crecimiento. En efecto, si  $\gamma^* > \gamma$  se dice que el crecimiento fue en favor de los pobres (propobre) en tanto que cuando se verifica la relación inversa se afirma que resultó contrario a los pobres (*anti-pobre*).

Por otra parte, si  $0 < \gamma^* < \gamma$  se confirma que como resultado del proceso de desarrollo se lograron reducciones en la tasa de pobreza pero estas se consiguieron a costa de incrementos en el registro de inequidad. Esta situación se vincula a la definición de pobreza asumida por RCH y se condice con el modelo de desarrollo del “*chorreo*” en donde los pobres sólo reciben proporcionalmente menores beneficios que genera el crecimiento de la economía cuando se le compara con los que obtienen los no pobres.

En un contexto más amplio el crecimiento puede calificarse como fuertemente propobre si se satisface que  $\gamma^* \geq \gamma(\eta_g^* / \eta_g)$ , en donde  $\eta_g^*$  representa la elasticidad ingreso de la pobreza cuando los beneficios del crecimiento se distribuyen de manera igualitaria entre todos los individuos de la sociedad.

En este caso el crecimiento propobre en términos absolutos se define cuando se satisface que los pobres reciben los beneficios absolutos del crecimiento en igual o mayor magnitud que los beneficios absolutos recibidos por los no pobres.

Observe que en la práctica también puede ocurrir que como resultado del aumento del ingreso se manifiesten incrementos en la tasa de pobreza. En este caso, se tiene que la tasa de crecimiento equivalente será negativa ( $\gamma^* < 0$ ) y puede ocurrir cuando el aumento del ingreso genera incrementos en la desigualdad lo cual pone de manifiesto la fuerte interrelación que existe entre la evolución del ingreso y la desigualdad y los resultados en materia de pobreza.

En los periodos de recesión se confirma que  $\gamma < 0$  y por lo general la pobreza se incrementa pero en el caso de que la desigualdad decline más que la pobreza ( $\gamma^* > 0$ ), entonces se dice que la recesión tiene un sesgo fuertemente propobre. Es decir, la recesión será a favor de los pobres si  $\gamma < \gamma^* < 0$  en cuyo caso la pobreza se incrementará pero los pobres resultarán proporcionalmente menos afectados que los no pobres. Asimismo, la recesión será en contra de los pobres (*anti-pobre*) si  $\gamma^* < \gamma < 0$  y en este caso la pobreza se incrementará afectando proporcionalmente más a los pobres que a los no pobres.

En este contexto, el propósito de la *PEGR* es examinar que tan equitativo es el resultado del crecimiento de la economía. Así, se constata que la reducción proporcional de la pobreza es una función creciente de  $\gamma^*$  por lo que valores elevados de este indicador generará reducciones proporcionalmente mayores en el nivel de pobreza, lo cual significa que maximizando el valor de  $\gamma^*$ , como propósito de la política económica, se logra maximizar la reducción de la tasa de pobreza lo que para los fines de política pública significa que el éxito de los países en materia de crecimiento se debe evaluar en términos de la tasa de crecimiento equivalente  $\gamma^*$  y no a partir de la tasa de crecimiento habitual  $\gamma$ .

Para aclarar la interpretación que se debe hacer de la *PEGR* en Kakwani, Khandker y Son (2004 *op cit.*) (KKS) se examina el siguiente ejemplo. Suponga que en un país dos terceras partes de la elasticidad total de la pobreza se explican por el componente que da cuenta de la elasticidad crecimiento de la pobreza. Asimismo, se comprueba que la tasa de crecimiento observada de  $\gamma = 9\%$  equivale a una *PEGR* de  $\gamma^* = 6\%$ , por lo que la tasa efectiva de crecimiento es tres puntos porcentuales menos que la que habitualmente se utiliza para evaluar el desempeño de la economía, debido a que el país no aplicó políticas en favor de los pobres como parte de su estrategia de desarrollo.

Por otra parte, si en este ejemplo hipotético asumimos que la elasticidad total de la pobreza  $\eta$  fue 20% superior a la elasticidad crecimiento de la pobreza  $\eta_g$ , entonces la tasa de crecimiento observada (9%) será equivalente a una tasa de crecimiento del 10.8% ( $9 \cdot 1.2 = 10.8\%$ ), lo cual da cuenta que el crecimiento fue propobre debido a que la tasa de crecimiento efectiva contribuyó en 1.8 puntos más a la reducción de la pobreza que la tasa observada  $\gamma$ .

## **M. Robustez estadística de las medidas propobre, Araar et al. (2007, AR)**

En un trabajo reciente Araar *et al.* (2007) propusieron algoritmos para comprobar la robustez estadística de las medidas de crecimiento propobre.

Una de las interrogantes que se plantearon los autores para este propósito fue conocer qué tipo de criterios se deben tener presentes para calificar el desempeño del crecimiento del ingreso: absoluto o relativo. Asimismo, otra de las interrogantes que orientaron su trabajo fue determinar cuál es el valor de la línea de pobreza que debe utilizarse para identificar a las personas en condiciones de pobreza y

finalmente de qué manera se debe llevar a cabo la agregación del impacto del crecimiento en la población.

Siguiendo la notación de Araar y colaboradores sea  $y_1 = (y_1^1, y_2^1, \dots, y_{n_1}^1)$  el vector de ingresos en el momento 1 y  $y_2 = (y_1^2, y_2^2, \dots, y_{n_2}^2)$  el correspondiente al tiempo 2 con muestras de tamaños  $n_1$  y  $n_2$  respectivamente, y el interés es evaluar la calidad del crecimiento entre los tiempos  $t_1$  y  $t_2$  utilizando las distribuciones del ingreso observadas  $y_1$  y  $y_2$ .

De esta manera, para calificar si el crecimiento ha sido a favor de los pobres lo primero que se debe hacer es definir el estándar que se utilizará; es decir, un criterio absoluto o relativo.

A partir del trabajo de DW asumen que la definición relativa del crecimiento propobre examina el cambio proporcional del ingreso de los pobres a partir de una norma que usualmente se refiere a la tasa de crecimiento del ingreso ( $g$ ) en algún punto (percentil) de la distribución como la media o la mediana.

Para que se considere que el crecimiento ha sido propobre en términos relativos es necesario que el cambio proporcional en el ingreso de las personas ubicadas por debajo del umbral de pobreza ( $z > 0$ ) no sea menor que  $g$  ( $g$  puede ser positiva o negativa).

Esta manera de evaluar la evolución del ingreso de los pobres es consistente con la definición utilizada por KP, que indica que debe existir una estrategia deliberada de las políticas públicas para favorecer en mayor medida el crecimiento del ingreso de los pobres.

Con la información anterior se define una función de evaluación  $W$  que valora si el crecimiento fue propobre a partir de  $(y_1, y_2, g, z)$  la cual se construye a partir de la diferencia entre  $\Pi(y_1, z)$  y  $\Pi^*(y_2, g, z)$ :

$$W(y_1, y_2, g, z) \equiv \Pi^*(y_1, g, z) - \Pi(y_2, z) \quad (108)$$

El cambio en el ingreso será en favor de los pobres si  $W(y_1, y_2, g, z) \leq 0$ , lo cual dependerá de la manera en que se elijan  $z$ ,  $\Pi(y_1, z)$  y  $\Pi^*(y_2, g, z)$  por lo que para valorar las condiciones que debe cumplir  $W$  los autores invocan los siguientes axiomas:

- i) De foco, para dar cuenta que  $W$  no debe ser sensible a cambios marginales para el conjunto de observaciones ubicadas por arriba del valor  $z$ . Es decir, el índice  $W$  debe estar enfocado en valorar lo que ocurre con los pobres.
- ii) Invarianza en la población lo cual establece que cualquier replica dentro de la misma población no debe afectar el valor de  $W$ .
- iii) Anonimato que se refiere al hecho de que cualquier permutación de ingresos entre dos o más personas de la misma población no debe afectar el valor del índice.
- iv) Normalización que establece que si no se generan cambios en el ingreso el valor del índice  $W$  debe ser 0.
- v) Monotonidad que significa que para un valor de  $g$  si los ingresos de nadie se incrementan entonces el valor de  $W$  no debe incrementarse y en ocasiones puede disminuir.

Ahora considere  $F_j(y)$  la función de distribución del ingreso  $j$  y  $Q_j(p)$  la función cuantil de la distribución  $F_j$  la cual se define formalmente de la manera siguiente;

$$Q_j(p) = \inf\{s \geq 0 \mid F_j(s) \geq p\} \text{ para toda } p \in [0,1] \quad (109)$$

Que para una función estrictamente positiva representa el valor inverso de la función de distribución para el individuo ubicado en el percentil  $p$ . De esta manera, los índices de la familia *FGT* se pueden escribir de la manera siguiente:

$$P_j(z; \alpha) = \int_0^{F_j(z)} [(1 - Q_j(p)) / z]^\alpha dp \quad (110)$$

Y siguiendo a Duclos y Wodon (2004, *op cit.*) se demuestra que el cambio en el ingreso entre las distribuciones  $y_1$  y  $y_2$  se considera propobre sí y sólo sí se cumple lo siguiente:

$$P_2((1+g)z; \alpha = 0) \leq P_1(z; \alpha = 0) \text{ para toda } z \in [0, z^+] \quad (111)$$

Las distribuciones que satisfacen la ecuación (108) se consideran propobres en términos relativos de primero orden.

Una manera alternativa de corroborar si el cambio es propobre de primer orden en términos relativos se logra partir de examinar el cociente entre las funciones cuantiles entre dos periodos de interés a partir de la siguiente expresión:

$$\frac{Q_2(p)}{Q_1(p)} \geq 1 + g \quad (112)$$

Que se puede reescribir en una forma similar a las curvas *GIC* propuestas por Ravallion y Chen (2001, *op cit.*) que dan cuenta de la manera en que evoluciona el ingreso de las personas ubicadas en distintos tramos de la curva de ingreso; por ejemplo, los pobres.

$$\frac{Q_2(p) - Q_1(p)}{Q_1(p)} \geq g \quad (113)$$

Asimismo, los razonamientos anteriores se pueden extender para los índices *FGT* cuando  $\alpha = 1$ , y en este caso se debe satisfacer la siguiente desigualdad:

$$P_2((1+g)z; \alpha = 1) \leq P_1(z; \alpha = 0) \text{ para toda } z \in [0, z^+] \quad (114)$$

Una manera alternativa de verificar la condición (109) se logra a partir del examen de las curvas de Lorenz generalizadas que en notación cuantílica se expresan de la manera siguiente:

$$C_j(p) = \int_0^p Q_j(q) dq \quad (115)$$

La ecuación anterior permite verificar la condición propobre de segundo orden en términos relativos a partir de la expresión:

$$\lambda(p) = \frac{C_2(p)}{C_1(p)} \geq 1 + g \text{ para toda } p \in [0, \bar{F}_2(z^+)] \quad (116)$$

O de manera equivalente a partir de :

$$\lambda(p) = \frac{C_2(p) - C_1(p)}{C_1(p)} \geq g \quad (117)$$

Que se corresponde con las curvas *PGC* propuestas por Son (2004, *op cit.*).

Cabe señalar que tanto las curvas *GIC* de Ravallion y Chen como las *PGC* desarrolladas por Son se pueden evaluar en términos absolutos a partir de funciones cuantílicas. En este caso, las curvas *GIC* se

computan a partir de la diferencia absoluta de las funciones  $Q_j(p)$  en los momentos 1 y 2, en tanto que las PGC se estiman mediante la diferencia absoluta de las curvas de Lorenz generalizadas  $C_j(p)$  en el mismo periodo.

En Araar *et al.* se plantean las hipótesis y se desarrollan los estimadores propobre y las expresiones para computar sus errores de muestreo, con el propósito de disponer de evidencia estadística que permita corroborar la robustez de los estimadores de cambio en las curvas de ingreso para los diferentes índices de la familia FGT, así como para distintos valores de  $z$ .

Al respecto, cabe señalar que los procedimientos de estimación desarrollados (estimadores y sus errores estándar) tienen en cuenta la estructura compleja del diseño de muestra; es decir, hacen uso de la información que relaciona a los hogares a partir del estrato y conglomerado (unidad primaria de muestreo) de pertenencia, así como los factores de expansión de cada hogar.

Para quienes hacen uso de la definición absoluta se debe tener en cuenta que el ingreso de los pobres requiere crecer un monto definido en términos absolutos por encima de la norma establecida que frecuentemente se fija a partir del ingreso medio o la mediana del ingreso, pero también puede utilizarse el ingreso estandarizado igualmente distribuido.

#### RECUADRO 1 CRITERIOS PARA EVALUAR LA CALIDAD DEL CRECIMIENTO A PARTIR DE ÍNDICES Y CURVAS DE CRECIMIENTO DEL INGRESO

Índices Propobre

Poverty Bias Growth (PBG) y Normalised Poverty Bias Growth (NPBG), McCulloch y Baulch (2000)

$$PBG = -\Delta P \psi$$

$$NPBG = -\frac{\Delta P \psi}{|\Delta P \mu|}$$

Si PBG y NPBG son mayores que cero se acredita que el crecimiento manifestó un sesgo en favor de los pobres.

Pro-Poor Growth Index (PPGI), Kakwani y Pernia (2000)

$$PPGI = \phi = \begin{cases} \eta_g, & g > 0 \\ \eta_g / \eta, & g < 0 \end{cases}$$

Cuando el valor del PPGI es mayor que la unidad ( $PPGI > 1$ ) se certifica que el crecimiento fue favorable a los pobres y cuando es menor que cero ( $PPGI < 0$ ) es posible afirmar que el resultado del crecimiento generó mayor empobrecimiento ( $PPGI < 0$ ). Por otra parte, cuando el valor del PPGI se ubica entre 0 y 1 ( $0 < PPGI < 1$ ) se observa que los pobres se beneficiaron débilmente del crecimiento y la pobreza disminuyó (trickle-down). Una clasificación más acuciosa con fines prácticos se presenta a continuación.

Cuando el índice asume valores negativos se considera que el crecimiento es en contra de los pobres.

Para valores entre 0 y 0.33 señalan que el crecimiento es débilmente a favor de los pobres. Si el indicador se ubica entre 0.33 y 0.66 se considera moderadamente a favor de los pobres. Entre 0.66 y 1 se califica como propobre. Para valores superiores a la unidad como altamente propobre. Rate Pro-Poor Growth (RPPG), Ravallion y Chen (2001)

$$RPPG = \frac{1}{H_t} \int_0^{H_t} g_t(p) dp$$

Una manera equivalente de escribir el RPPG propuesta por Duclos y Araar (2006) es la siguiente:

$$RPPG = \frac{W_2(z) - W_1(z)}{H_1}$$

Recuadro 1 (Continuación)

Si se comprueba que  $g_t(p) > 0$  la pobreza declina y el crecimiento se considera a favor de los pobres.

En la medida que el indicador  $RPPG(p) > 0$  se puede afirmar que el crecimiento será propobre.  
Pro-Poor Growth Rate (PPGR), Son y Kakwani (2006)

$$PPGR = \gamma^* = \gamma - \Delta \ln(G^*)$$

$$\ln(G^*) = \int_0^1 [\ln(p) - \ln(Lp)] dp$$

En donde  $G^*$  representa una nueva medida de desigualdad y  $\gamma^*$  es la medida propuesta por KS para evaluar la calidad del crecimiento. Observe que este nuevo indicador se obtiene ajustando la tasa de crecimiento del ingreso de toda la sociedad a partir de la evolución observada en el índice de desigualdad.

De esta manera, si la desigualdad se reduce (aumenta) el crecimiento se considera propobre debido a que la tasa de crecimiento del ingreso es proporcionalmente mayor (menor) para el conjunto de individuos pobres que para los no pobres.

Índice propobre de Warr (2006)

$$y^p = p / \eta_{PY} = y + i(\eta_{PI} / \eta_{PY})$$

El índice propobre de Warr se construye a partir de la tasa de crecimiento del ingreso ajustada por un factor que da cuenta de la manera en que se modifica la desigualdad multiplicado por la tasa marginal de sustitución que se construye a partir del cociente entre la elasticidad desigualdad de la pobreza (manteniendo constante el ingreso) y la elasticidad de la pobreza respecto de cambios en el ingreso (manteniendo invariante el nivel de equidad)

Pro-Poor Growth Rate (PPGR), Kakwani, Neri y Son (2006)

$$PPGR = \gamma - g = \gamma^*$$

Cuando  $g$  es positiva ( $g > 0$ ) se observa que como resultado del crecimiento se produjo un incremento de la desigualdad y por tanto se comprueba que  $\gamma^* < \gamma$  lo cual, a su vez conspira en contra del crecimiento. Si  $g < 0$  se espera que el crecimiento genere una reducción de la desigualdad. En este caso se verifica que  $\gamma^* < \gamma$  lo que sugiere que se presentará una ganancia en la tasa de crecimiento del ingreso debido a la reducción de la equidad. De esta manera, el crecimiento se define como propobre (anti pobre) si existe una ganancia (pérdida) en la tasa de crecimiento.

Individual Rate Pro-Poor Growth (RPPG), Grimm (2007)

$$IRPPG = \frac{1}{H_{t-1}} \int_0^{H_{t-1}} g_t(p_{t-1}) dp_{t-1}$$

El crecimiento será propobre en términos absolutos si se acredita que la  $IRPPG > 0$ ; es decir, si los ingresos de las personas identificados como pobres en el tiempo  $t-1$  aumentan a una tasa positiva. En caso contrario, cuando  $RPPG_t < 0$  los ingresos de los pobres decrecen y el crecimiento se califica como anti-pobre.

Por su parte, el crecimiento propobre en términos relativos se satisface si  $g_t(p(y_{t-1})) > \gamma_t$  para todo  $p(y_{t-1})$  hasta la incidencia de la pobreza en  $t-1$ , en tanto que cuando  $g_t(p(y_{t-1})) < \gamma_t$  para todo  $p(y_{t-1})$  hasta la incidencia de la pobreza en el periodo  $t-1$ , se dice que el crecimiento no resultó en favor de los pobres en términos relativos.

Poverty Equivalent Growth Rate (PEGR), Kakwani y Son (2008)

$$PEGR = \gamma^* = \phi^* \gamma$$

Cuando  $\gamma^* > \gamma$  se confirma que el crecimiento es propobre en tanto que cuando ocurre lo contrario ( $\gamma^* < \gamma$ ) se verifica que como resultado del patrón de crecimiento aumenta la pobreza (anti-pobre). Asimismo, si  $0 < \gamma^* < \gamma$  se reduce la pobreza pero a costa de generar mayor desigualdad.

## Recuadro 1 (Conclusión)

Por su parte, el crecimiento puede ser fuertemente propobre si se observa que  $\gamma^* \geq \gamma(\eta_g^* / \eta_g)$ . También puede ocurrir que como resultado del crecimiento se generen aumentos en la pobreza y en este caso se observará que  $\gamma^* < 0$ . Asimismo, cuando en un entorno de recesión se generan beneficios para los pobres se constata que  $\gamma < \gamma^* < 0$  y no obstante al aumento de la pobreza se acreditan incrementos en el ingreso de los pobres. Finalmente, la recesión será anti-pobre si se observa que  $\gamma^* < \gamma < 0$ .

Curvas de crecimiento propobre

Growth Incidence Curve (GIC), Ravallion y Chen (2001)

$$g(p) = \gamma + \Delta \ln L'(p)$$

Si se comprueba que  $g(p) > 0 \forall p$  se certifica que el crecimiento fue a favor de los pobres. Es decir, si la curva de la incidencia del crecimiento es estrictamente creciente para todo valor de p se comprueba que la pobreza disminuye para una amplia gama de índices de pobreza. Una manera alternativa de representar la GIC y que proponen Duclos y Araar es la siguiente:

$$\frac{Q_2(p) - Q_1(p)}{Q_1(p)}$$

Poverty Growth Curve (PGC), Son (2004)

$$\varphi(p) = \gamma + \Delta \ln L(p)$$

Si se observa que  $\varphi(p) > 0 \forall p$  se puede afirmar que el crecimiento fue propobre. En este caso la curva es estrictamente creciente para todo valor de p y generará una caída en la pobreza. De acuerdo a Duclos y Araar (2006 op cit.) las PGC se pueden escribir de la manera siguiente:

$$\frac{CL_2(p) - CL_1(p)}{CL_1(p)}$$

Rate of Pro-Poor Index (RPPI), Essama-Nssah (2004)

$$\varphi(v) = \gamma + \sum_{k=1}^n w_k(v) \Delta \ln L'(p)$$

Si se observa que  $\varphi(v) > 0 \forall p$  se puede afirmar que el crecimiento fue propobre. En este caso la curva es estrictamente creciente para todo valor de p y generará una caída en la pobreza.

Individual Growth Incidence Curve (GIC), Grimm (2006)

$$g_t(p(y_{t-1})) = \frac{y_t(p(y_{t-1}))}{y_{t-1}(p(y_{t-1}))} - 1$$

Las curvas IGIC serán una línea horizontal cuando  $g_t(p(y_{t-1})) = \gamma_t$  para toda  $p(y_{t-1})$ ; es decir, cuando todas las personas del percentil p en el tiempo t-1 presenten la misma tasa de crecimiento del ingreso entre t-1 y t. Por su parte, si  $g_t(p(y_{t-1})) > 0$  ( $g_t(p(y_{t-1})) < 0$ ) para toda  $p(y_{t-1})$ , entonces se verifica que cada grupo es más rico (pobre) en t que en t-1.

Fuente: Elaboración de los autores.

## IV. Conclusiones

---

El examen de las metodologías que se han propuesto para valorar si el crecimiento de la economía ha favorecido a los pobres, permite extraer importantes lecciones que son de interés teórico y práctico para los diseñadores y evaluadores de políticas.

Se dispone un conjunto amplio de métodos que permiten valorar la evolución de los ingresos de los hogares a partir de curvas e índices que dan cuenta de la calidad del crecimiento y de sus efectos en la pobreza y la desigualdad. Es decir, permiten identificar los grupos de hogares que se logran beneficiar en mayor medida de los cambios en el ingreso familiar.

Al respecto, se reconocen dos enfoques que se contraponen en la manera en que conciben el proceso de desarrollo, al tiempo que sugieren instrumentos de distinta naturaleza para cometer el diseño de las políticas que se deben poner en marcha para mejorar el nivel de vida de las personas: absoluto y relativo.

El enfoque absoluto surgió de los trabajos de Ravallion y Chen (2001) y representa la metodología que utiliza en el Banco Mundial para vincular la evolución de la pobreza con el desarrollo de la economía. Bajo esta óptica, el crecimiento se califica favorable a los pobres en la medida que la evolución del ingreso genere reducciones en los índices de pobreza.

En el caso de América Latina, en la medida de que se confirma que a consecuencia del crecimiento se han materializado reducciones en las tasas de pobreza, la definición propuesta por Ravallion y Chen permite concluir que prácticamente todos los episodios de crecimiento que tuvieron como correlato la reducción de la pobreza deberían calificarse a favor de los pobres, independientemente de su resultados en materia de equidad.

Por su parte, el enfoque relativo propuesto por Kakwani y Pernia sostiene que para que el crecimiento sea calificado como propobre es necesario que, además de reducir la pobreza, se manifiesten mejoras en el ingreso de los pobres —proporcionalmente mayores que en los no pobres— que les permitan modificar su posición relativa en la distribución del ingreso y en consecuencia generen reducciones en los índices de inequidad.

En la literatura se reconocen procedimientos metodológicos alternativos a los propuestos por RCH y KP, entre los que se cuenta los trabajos de McCulloch y Baulch (1999), Son (2003), Kakwani, Khandker y Son (2004), Essama-Nssah (2004), Bibi (2005) y Grimm (2007).



No obstante, en los trabajos empíricos se manifiesta marcada preferencia por las propuestas desarrolladas por Ravallion y Chen, así como los indicadores de Kakwani y Pernia, las curva de crecimiento del ingreso propuestas por Son y el índice de Kakwani, Khandker y Son.

A partir de la diseminación de los enfoques absoluto y relativo se ha generado una discusión muy prolífica que ha permitido mejorar el marco teórico y conceptual de las definiciones aludidas, al tiempo que ha quedado en evidencia la necesidad de reflexionar acerca de las bondades del actual modelo de desarrollo debido a que las cifras acreditan que el crecimiento es condición necesaria más no suficiente para alcanzar la reducción rápida y sostenida de la pobreza.

Lo anterior permite afirmar que las políticas que se abocan a generar estrategias de desarrollo a favor de los pobres necesariamente deben tener en cuenta la interacción entre el crecimiento del ingreso y su impacto en la evolución de la pobreza y la desigualdad.

En la literatura existe consenso de que la estrategia del *chorreo* que se sustenta en la U-invertida de Kuznets y ha sido impulsada por el Banco Mundial y que prioriza el crecimiento de la economía sobre la distribución del ingreso, ha generado resultados insuficientes en materia de reducción de la pobreza. En este sentido, se reconoce la necesidad de impulsar políticas públicas que además de alentar la inversión productiva manifiesten preocupación por inducir cambios en la distribución del ingreso.

La evidencia demuestra que la incidencia de la pobreza depende de la dinámica de la economía y de la distribución de la riqueza al interior de los países. Cuando el ingreso promedio aumenta y no se materializan cambios en la distribución del excedente económico, sólo una parte de la población –los que tienen ingresos en torno al umbral de pobreza– está en condiciones de abandonar la pobreza.

Se reconoce que el crecimiento económico facilita la reducción de la pobreza, al tiempo que se demuestra que la repartición más justa del ingreso, además de lograr este objetivo, genera un círculo virtuoso que dinamiza la economía e incentiva el crecimiento de la actividad productiva.

La revisión de la literatura acredita que no existen consensos absolutos que permitan afirmar que el debate ha sido zanjado y existe marcada preferencia por alguno de los indicadores propobre disponibles.

Al respecto, y dependiendo de la visión económica y social de los analistas y diseñadores de políticas. Por lo tanto, en la medida de que se adopte un criterio de desarrollo que manifieste marcada preferencia por el crecimiento económico en detrimento de la equidad, claramente tendrá mayor apego a las curvas de ingreso y al índice propuestos por Ravallion y Chen, en tanto que si se tiene preocupación por la aguda inequidad que prevalece en la mayoría de los países de la región, necesariamente utilizará en sus evaluaciones un indicador que además de atemperar el nivel de pobreza de cuanta de una mejor posición de los hogares en la distribución del ingreso y de mejoras ostensibles en el índice de Gini.

## Bibliografía

---

- Ahluwalia, M.S. (1976), "Inequality, Poverty and Development", *Journal of Development Economics* 3:4, 307-42.
- Amarante, V. y Perazzo, I. (2008), "Crecimiento Económico y Pobreza en Uruguay, 1991-2006, Instituto de Economía, Serie Documentos de Trabajo DT 09/08.
- Anand, S. y Kanbur, R. (1984), "The Kuznets Process and the Inequality Development Relationship", *Journal of Development Economics* 40, 25-52.
- Araar, A., Duclos, J., Audet, M. and Makdissi, P. (2007), "Testing for pro-poor growth, with an application to Mexico." *Cahiers de Recherche 07-07*, Departement d'Economique de la Faculte d'administration à l'Universite de Sherbrooke.
- Atkinson A. B. (1987), "On the Measurement of Poverty", *Econometrica* 55: 749-764.
- \_\_\_\_\_(1970), "On the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory*, Vol. 2, 244-263.
- Bhagwati, J. (1988), "Poverty and Public Policy", *World Development*, Vol. 16, N° 5, pp. 539-555.
- Bibi, S. (2005), "When is Economic Growth Pro-Poor? Evidence from Tunisia", CIRPEE, Working Paper 05-22.
- Benabou, R. (1996), "Inequality and Growth", in Ben Bernanke and Julio Rotemberg (eds.) *National Bureau of Economic Research Macroeconomics Annual*, Cambridge: MIT Press, pp.11-74.
- Bourguignon, F. (2003), "The growth elasticity of poverty reduction: explaining heterogeneity across countries and time periods", *DELTA*, Paris, Working Paper N° 2002-03.
- Bruno, M., M. Ravallion and L. Squire (1998), "Equity and Growth in Developing Countries: Old and New Perspectives on the Policy Issues", in *Income Distribution and High-Quality Growth* (edited by Vito Tanzi and Ke-young Chu), Cambridge, Mass: MIT Press.
- Chenery, H., Ahluwalia M., Bell, C., Duloy, J. and Jolly, R. (1974), "Redistribution with Growth: Policies to Improve Income Distribution in Developing Countries in the Context of Economic Growth", Oxford University Press.
- Contreras, D., Cooper, R. y Neilson, C. (2007), "Crecimiento Propobre en Chile". Universidad de Chile, Facultad de Economía y Negocios, Departamento de Economía.
- Deininger, K and Squire, L. (1996), "A New Data Set Measuring Income Inequality", *World Bank Economic Review*. vol. 10, N° 3, pp. 565-591.
- Dollar, D. and Kraay, A. (2002), "Growth is Good for the Poor", World Bank, Washington, D.C.
- Duclos, J. and Wodon, Q. (2004), "What is Pro-Poor". Working Paper 04-25. Centre interuniversitaire sur le risque, les politiques économiques et l'emploi. CIRPEE.
- Essama-Nssah, B. (2004), "A Unified Framework for Pro-Poor Growth Analysis, Poverty Reduction Group", the World Bank, Washington, D.C.

- Fields, G. (1989), "Changes in Poverty and Inequality in the Developing Countries". MIT Press.
- Foster, J., Greer, J. y Thorbecke, E. (1984). "A Class of Descomposable Poverty Measures", *Econometrica*, 52, 761-766.
- Foster, J., and Shorrocks, A.F. (1988), "Poverty Ordering and Welfare Dominance". *Social Choice Welfare* 5: 179-198. Springer-Verlag.
- Francke, P. y Iguñiz, J. (2006), "Crecimiento propobre en el Perú", Pontificia Universidad Católica, Lima, Perú.
- Gasparini, L., Gutiérrez, F., y Tornarolli, L. (2005), "Growth and Income Poverty in Latin America and the Caribbean: Evidence from Household Surveys". Documento de trabajo N° 30. Centro de Estudios Distributivos, Laborales y Sociales CEDLAS. Universidad Nacional de La Plata.
- Grimm, M. (2007), "Removing the anonymity axiom in assessing pro-poor growth", *Journal of Economic Inequality*, Vol. 5:179-197.
- Grosse, M., K. Harttegen y S. Klasen (2008), "Measuring Pro-Poor Growth in Non-Income Dimensions", *World Development*, 36(3), 1021-47.
- Grinspun, A. (2004), "Pro-poor growth: finding the Holy Grail". One pager. International Poverty Centre N° 6.
- Kakwani, N. (2000), "On Measuring Growth and Inequality Components of Poverty with Applications to Thailand", *Journal of Quantitative Economics*.
- \_\_\_\_\_ (1997), "On Measuring Growth and Inequality Components of Poverty with Applications to Thailand", Discussion paper, University of New South Wales. School of Economics; 97/16.
- \_\_\_\_\_ (1993), "Poverty and economic growth with application to Cote D'ivoire, *Review of Income and Wealth*, Series 39, no. 2, 121-139.
- Kakwani, N., Khandker, S. y Son, H. (2003), "Pro-Poor Growth: Concepts and Measurement with Country Case Studies", Working Paper No. 1, International Poverty Centre, United Nations.
- Kakwani, N. and Pernia, E. (2000), "What is Pro-Poor Growth?", *Asian Development Review*, vol. 18, N° 1, pp. 1-16.
- Kakwani, N., Neri, M. and Son, H. (2006), "Linkages between Pro-Poor Growth, Social Programmes and Labour Market: The Recent Brazilian Experience". International Poverty Centre. Working Paper N° 26.
- Kakwani, N. y Son, H. (2007), "Poverty Equivalent Growth Rate", *Review of Income and Wealth*, Series 54, N° 4.
- Klasen, S. (2003), "In Search of the Holy Grail: How to Achieve Pro-Poor Growth? Discussion Papers N° 96 Department of Economics, University of Göttingen.
- Kravis, I.B. (1960), "International Differences in the Distribution of Income." *Review of Economics and Statistics* 42, 408-16.
- Kraay, A. (2004), "When is Growth Pro-Poor? Cross-Country Evidence". World Bank Policy Research No.3225. World Bank.
- Kuznets, S. (1955), "Economic growth and income inequality", *American Economic Review* 45, 1-28.
- Landa, F. y Jiménez, W. (2005), "Bolivia: Crecimiento "Propobre" entre los años 1989 y 2002, *Unidad de Políticas Sociales y Económicas*, La Paz, Bolivia.
- Lay, J., Klasen, S., Grosse, M., Thiele, R., Spatz, J. (2004), "Operationalizing pro-poor growth, country case study: Bolivia.
- López, J.H. (2004), "Pro-Poor Growth: A Review of What We Know (and of What We Don't), The World Bank, Washington, D.C.
- López, J.H. and Servén, L. (2006), "A normal relationship? Poverty, growth, and inequality". Working Paper Series No.3814, World Bank.
- Mayshar, J. y Yitzakhy, S. (1985), "Dalton-Improving Indirect Tax Reform", *the America Economic Review*, Vol. 85, N° 4:793-807.
- McCulloch, N. y Baulch, B. (1999), "Assessing the Poverty Bias of Growth Methodology and an Application to Andhra Pradesh and Uttar Pradesh, Institute of Development Studies, Working Paper 98, Brighton, England.
- Medina, F. y Galván, M. (2014a), "Crecimiento económico, pobreza y distribución del ingreso: Fundamentos teóricos y evidencia empírica para América Latina 1997-2007", *Serie Estudios Estadísticos No.82*, División de Estadísticas, Comisión Económica para América Latina y el Caribe, Santiago de Chile.
- \_\_\_\_\_ (2014b), "Sensibilidad de los índices de pobreza a cambios en el ingreso y la desigualdad: Lecciones para el diseño de políticas para América Latina 1997-2008", *Serie Estudios Estadísticos No.88*, División de Estadísticas, Comisión Económica para América Latina y el Caribe, Santiago de Chile.
- Morazán, P., Gallardo, J., Negre, M. (2005), "Operacionalización del Crecimiento Pro Pobre en Honduras Opciones de política para fortalecer la participación de los pobres en el crecimiento". UNAT.
- Myrdal, G. (1988), in G. Meier and D. Seers (eds.) *Pioneers in Development*, New York: Oxford University Press.

- Núñez, J. y Espinosa, S. (2005), "Pro-Poor Growth and Pro-Poor Programs in Colombia, Documento CEDE 2005-51.
- Oshima, H. (1994), "Kuznets Curve and Asian Income Distribution." In T. Mizoguchi, (ed.), Economic Research Series N° 29, The Institute for Economic Research, University of Tokio, Oxford University Press.
- \_\_\_\_\_ (1962), "International Comparison of Size Distribution of Family Incomes with Special Reference to Asia. Review of Economics and Statistics 44, 439-435.
- Osmani, S. (2005), "Defining Pro-Poor Growth", One Page, N° 9, International Poverty Centre, United Nations.
- OECD (2001), "Rising to the Global Challenge: Partnership for Reducing World Poverty. Statement by DAC High Level Meeting, April 25-26, 2002, Paris.
- Pasha, H.A. (2002), "Pro-Poor Policies", Regional Bureau for Asia and the Pacific, United Nations Development Programme.
- Paukert, F. (1973), "Income Distribution at Different Levels of Development: A Survey of Evidence", International Labor Review, 108:2, 97-125.
- Pen, J. (1971), "Income Distribution: facts", Theories, Policies. New York: Praeger.
- Perry, G., Arias, O., López, H., Maloney, W. y Servén, L. (2006), "Poverty Reduction and Growth: Virtuous and Vicious Circles, the World Bank, Washington D.C.
- Ram, R. (1988), "Economic Development and Income Inequality: Further Evidence on the U-curve Hypothesis. World Development 16:11, 1371-1376.
- Ravallion, M. (2005), "Inequality is Bad for the Poor", World Development, Elsevier Vol. 29 (11), pp. 1803-1815.
- \_\_\_\_\_ (2004), "Hacia una definición de crecimiento favorable a los pobres: Una respuesta a Kakwani", Centro Internacional de Pobreza, One Pager.
- Ravallion, M. y Chen, S. (2001), "Measuring pro-poor growth", Development Research, World Bank.
- Sarmiento, A., Gonzáles, J. I., Alonso, C. E., Angulo, R. y Espinosa, F. (2005). "Crecimiento pro-poor en Colombia: 1996-2004, Departamento Nacional de Planeación, Archivos de Economía.
- Sen, A.K. (1987), "The Standard of Living. Cambridge: Cambridge University Press.
- \_\_\_\_\_ (1976), "Poverty: An ordinal approach to measurement", Econometrica 44, 219-231.
- Son, H. (2007), "Pro-Poor Growth: Concepts and Measures." Asian Development Bank, Economics and Research Department, Technical Notes Series No. 22.
- \_\_\_\_\_ (2004), "A Note on Pro-Poor Growth", Economic Letters 82: 307-314.
- Son, H. and Kakwani, N. (2008), "Global estimates of Pro-Poor Growth". World Development Vol.36, No.6, pp.1048-1066. Elsevier.
- \_\_\_\_\_ (2006), "Global estimates of Pro-Poor Growth" Working Paper No. 31, International Poverty Centre, United Nations.
- Shorrocks, A.F. (1983), "Ranking Income Distributions", *Economica* 50, 3-17.
- United Nations (2000), "A Better World for All. New York, United Nations.
- Warr, P. (2006), "Pro-Poor Growth", Poverty Research Centre, Division of Economics, Research School of Pacific and Asia Studies, the Australian national University.
- Weiss, C. (1998), "Infrastructure and economic development". Background Paper prepared for the Africa Development Report 1999.
- White, H. (1999), "Global Poverty Reduction: Are We Heading in the Right Direction?". Journal of International Development, John Wiley & Sons, Ltd., vol. 11(4), 503-519.
- White, H. and Anderson, E. (2001), "Growth versus Distribution: Does the Pattern of Growth Matter?". Development Policy Review, 2001, 19 (3): 267-289
- World Bank (2005), "Pro-Poor Growth in the 1990s: Lessons and Insights from 14 Countries", Operationalizing Pro-Poor Research Program, Washington D.C.
- \_\_\_\_\_ (2000a), "World Development Report", New York, Oxford University Press.
- \_\_\_\_\_ (2000a), "The Quality of Growth", New York, Oxford University Press.
- \_\_\_\_\_ (1990), "World Development Report 1990: Poverty". World Bank and Oxford University Press
- Yitzhaki, S. (1983), "On an extension of the Gini Index of Inequality", International Economic Review, Vol. 24, No. 3:617-628.
- Zepeda, E. (2004), "Crecimiento favorable a los pobres ¿Qué es?", Centro Internacional de Pobreza, One Pager.
- Zheng, B. (1997), "Aggregate Poverty Measures", Journal of Economic Surveys vol. 11, No. 2.
- \_\_\_\_\_ (1993), "An Axiomatic Characterization of the Watts Index", Economic Letters, 42, 81-86.

## **Anexo**

---

**CUADRO A.1**  
**METODOLOGÍAS PARA VALORAR SI LA CALIDAD DEL CRECIMIENTO**  
**MANIFESTÓ UN SESGO EN FAVOR DE LOS POBRES**

Autor y nombre del indicador	Indicador	Criterio de análisis	Calidad del crecimiento	Observaciones
MCulloch y Baulch. (2000) McCB Poverty Bias of Growth (PBG)	$PBG = -\Delta P \psi$	Si PBG>0 Si PBG<0	En favor de los pobres En contra de los pobres	$\Delta P \psi$ $\Delta P \mu$
Normalised poverty Bias of Growth (PBG)	$NPBG = -\frac{\Delta P \psi}{ \Delta P \mu }$	Si NPBG>0 Si NPBG<0	En favor de los pobres En contra de los pobres	Representan el cambio en la pobreza asociado a modificaciones en la desigualdad manteniendo constante el ingreso y al ingreso con la desigualdad constante.
Kakwani y Pernia (2000) KP	$PPGI = \phi = \begin{cases} \frac{\eta}{\eta_s}, & g > 0 \\ \frac{\eta_s}{\eta}, & g < 0 \end{cases}$	$\phi > 1$ $0 < \phi < 1$	Estrictamente en favor de los pobres. No fue estrictamente en favor de los pobres.	Este índice muestra la relación entre la elasticidad total de la pobreza asociada a la evolución del ingreso manteniendo constante el nivel de inequidad.
Pro-poor Growth Index (PPGI)	$PPGI = \phi = \frac{\eta_s}{\eta}, g < 0$	$\phi = 1$ $\phi < 0$	Todos se benefician de igual manera. Es decir, cambia la desigualdad. En contra de los pobres	
Ravallion y Chen (2003) RCH	$g(p) = \gamma + \Delta \ln L'(p)$	Si la pendiente de la curva GIC<0	En favor de los pobres	Miden la variación del ingreso de cada percentil. En este escenario puede reducirse la desigualdad.
Growth Incidence Curve (GIC)	$\frac{Q_2(p) - Q_1(p)}{Q_1(p)}$	Si la pendiente de la curva GIC>0	En contra de los pobres	En este contexto puede aumentar la desigualdad.
Ravallion y Chen (2003) RCH	$PPGR = \frac{1}{H_1} \int_0^{H_1} g_i(p) dp$	Si la tasa PPGR>0	En favor de los pobres	Para el cálculo de este indicador se requiere conocer la incidencia de la pobreza (H) en el periodo inicial. Mide la tasa de crecimiento del ingreso de los pobres. No obstante, estrictamente no debe interpretarse como la tasa de crecimiento del ingreso de los pobres.
Pro-poor Growth Rate (PPGR, g)	$PPGR = \frac{W_2(z) - W_1(z)}{H_1}$	Si la tasa PPGR<0	En contra de los pobres	
Son (2003) S	$g(p) = \gamma + \Delta \ln L(p)$	Si g(p)>=0 para todo p Si g(p)<0 para todo p Si g(p)>=g Si 0<g(p)<g Si g(p)<g	Se reduce la pobreza. Aumenta la pobreza. En favor de los pobres y cae desigualdad. Puede caer la pobreza y aumentar la inequidad. En contra de los pobres	g(p) representa la tasa de crecimiento de ingreso del percentil p y considera la visión absoluta y relativa de la pobreza Si la curva de Lorenz generalizada se desplaza hacia arriba la pobreza decrece para todo valor de z y todos los índices de pobreza excepto H.
Poverty Growth Curve (PGC)	$\frac{CL_2(p) - CL_1(p)}{CL_1(p)}$			

Cuadro A.1 (conclusión)

Autor y nombre del indicador	Indicador	Criterio de análisis	Calidad del crecimiento	Observaciones
Essama-Nssah (2004), ESN  Rate of Pro-Poor Growth (RPPG)	$\varphi(v) = \gamma + \sum_{k=1}^n w_k(v) \Delta \ln L'(p)$			Demuestra que la tasa de crecimiento propobre se puede representar como la tasa de crecimiento del ingreso medio de la población ajustado por el cambio ponderado de la curva de Lorenz.
Warr, P. (2006)  Indice Propobre	$y^p = y + g \frac{\eta_{PG}}{\eta_{PY}}$	Si $y^p > 0$  Si $y^p < 0$	En favor de los pobres (baja la pobreza).  En contra de los pobres (aumenta la pobreza).	Esta ecuación representa la elasticidad pobreza-desigualdad ajustada por la elasticidad pobreza-ingreso.
Kakwani y Son (2006), KS  Pro-Poor Growth Rate (PPGR)  Nueva medida de desigualdad	$PPGR = \gamma^* = \gamma - \Delta \ln(G^*)$  $\ln(G^*) = \int_0^1 [\ln(p) - \ln(L(p))] dp$	Si $\gamma^* > 0$  Si $\gamma^* < 0$	En favor de los pobres  En contra de los pobres	$G^*$ representa una nueva medida de desigualdad.  propuesta por Kakwani y Son (2006)
Kakwani, Neri y Son (2006), KNS  Pro-poor Growth Rate (PPGR)	$PPGR = \gamma^* = \gamma - g$	Si $\gamma^* > \gamma$  Si $\gamma^* < \gamma$	Se potencia el crecimiento ante la caída de la desigualdad. Se genera pérdida en el crecimiento debido al aumento de la desigualdad.	Se utiliza el concepto de ingreso equivalente equitativamente distribuido.
Grimm, M. (2007)  Individual Rate Pro-Poor Growth (IPPGR)  Individual Growth Incidence Curves (IGIC)	$IRPPG = \frac{1}{H_{t-1}} \int_0^{H_{t-1}} g_t(p_{t-1}) dp_{t-1}$  $\frac{Q_2(p) - Q_1(p)}{Q_1(p)}$	Si $IPGR > 0$  Si $IPGR < 0$  Si	$g_t > \gamma$  $g_t < \gamma$	En favor de los pobres en términos absolutos. En contra de los pobres en términos absolutos. En favor de los pobres en términos relativos. En contra de los pobres en términos relativos.
Kakwani y Son (2007), KS  Poverty Equivalent Growth Rate (PEGR)	$PEGR = \phi^* \gamma$	Si $G^* < 0$ entonces $\gamma^* > \gamma$  Si $G^* > 0$ se tiene que $\gamma^* < \gamma$	La tasa de crecimiento propobre será mayor que la tasa de crecimiento del ingreso.  La tasa de crecimiento propobre será menor que la tasa de crecimiento del ingreso	Tasa de crecimiento que generaría el mismo nivel de reducción de la pobreza que la tasa de crecimiento observada si la evolución del ingreso no genera cambios en materia de equidad.

Fuente: Elaboración de los autores.



NACIONES UNIDAS

Serie

CEPAL

Estudios Estadísticos

## Números publicados

Un listado completo así como los archivos pdf están disponibles en

[www.cepal.org/publicaciones](http://www.cepal.org/publicaciones)

89. ¿Qué es el crecimiento propobre? Fundamentos teóricos y metodologías para su medición, Fernando Medina y Marco Galván, (LC/L.3883) agosto de 2014.
88. Cuentas satélite y cuentas de salud: un análisis comparativo, Federico Dorin, Salvador Marconi y Rafael Urriola (LC/L.3865) julio de 2014.
87. Sensibilidad de los índices de pobreza a los cambios en el ingreso y la desigualdad: lecciones para el diseño de políticas en América Latina, 1997-2008, Fernando Medina y Marco Galván, (LC/L.3823) julio de 2014.
86. Una propuesta regional de estrategia de implementación del Sistema de Cuentas Ambientales Económicas (SCAE) 2012 en América Latina (LC/L.3786), diciembre de 2013.
85. América Latina y el Caribe: estimación de las series del PIB y del consumo de los hogares en PPA. Un ejercicio preliminar para el período 2000-2011 (LC/L.3781), Hernán Epstein y Salvador Marconi, enero de 2014.
84. El Sistema de Cuentas Ambientales y Económicas (SCAE) 2012: fundamentos conceptuales para su implementación (LC/L.3752), noviembre 2013.
83. Consumo efectivo de los hogares en salud: resultado de estudios piloto en seis países de América Latina, David Debrott Sánchez (en prensa).
82. Crecimiento económico, pobreza y distribución del ingreso: fundamentos teóricos y evidencia empírica para América Latina 1997-2007 (LC/L.3689), Fernando Medina, Marco Galván, marzo de 2014.
81. Tipologías de discrepancias y medidas de conciliación estadísticas de los indicadores ODM: marco general y aplicación en áreas temáticas e indicadores seleccionados (LC/L.3686), Daniel Taccari, Pauline Stockins, agosto de 2013.
80. Buenas prácticas en el monitoreo y reporte de los Objetivos de Desarrollo del Milenio: Lecciones nacionales desde América Latina (LC/L.3564), Pauline Stockins, diciembre de 2012.
79. La medición del bienestar a través de indicadores subjetivos: Una revisión, Pablo Villatoro, LC/L.3515, julio de 2012.
78. La viabilidad de erradicar la pobreza: Un examen conceptual y metodológico (LC/L.3463), marzo de 2012.
77. Elementos para una metodología de medición del sector informal en las cuentas nacionales, Documento de Trabajo, (LC/L.3462), marzo de 2012.
76. Contribución al crecimiento económico de las tecnologías de la información y las comunicaciones y de la productividad en la Argentina, el Brasil, Chile y México (LC/L.3439), Claudio Aravena, Carolina Cavada y Nanno Mulder, enero de 2012.
75. Servicios de Intermediación Financiera Medidos Indirectamente en el SCN 2008, Grupo de trabajo en Cuentas Nacionales, (LC/L.3398), octubre de 2011.
74. Propuesta de indicadores complementarios para el monitoreo de los ODM: Indicadores de acceso a las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (LC/L.3371), Mariana Balboni, César Cristancho, Pauline Stockins y Daniel Taccari, septiembre de 2011.
73. Escalas de equivalencia en los países de América Latina (LC/L.3325-P), Haydee Alonzo, Xavier Mancero, abril de 2011.



# ESTUDIOS ESTADÍSTICOS ESTADÍSTICOS

89

# ESTUDIOS ESTADÍSTICOS ESTADÍSTICOS

**ESTUDIOS ESTADÍSTICOS**

Series

C E P A L

COMISIÓN ECONÓMICA PARA AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE  
ECONOMIC COMMISSION FOR LATIN AMERICA AND THE CARIBBEAN  
[www.cepal.org](http://www.cepal.org)